

生産性の上昇が労働需要に与えるマクロ影響評価 (II)
—一般均衡フィードバックによる構造変革の複製と外挿—

独立行政法人 労働政策研究・研修機構

副主任研究員 中野 諭

日本福祉大学

教授 西村一彦

《要旨》

本研究では、2要素を組み合わせるCES関数をカスケード型（直列の入れ子）にすることで生産者行動モデルを作成している。各2要素の代替弾力性は、観測されるコストシェアと相対価格によって予測されるコストシェアとの偏差を最小化したものとして推定される。ただし、組み合わせられた複合財の価格は、先に組み合わせられた投入物に付随して決まるので、パラメータは動的計画法によって解かれる。これらのパラメータのもとで、2時点間の構造変革（structural transformation）が完全に複製される。つまり、部門別生産性成長率の一般均衡フィードバックによって、2つの観測される構造が復元される。一方、多要素CES関数によって代表的消費者行動のモデルを作成し、そのパラメータは回帰分析によって推定した。生産者行動モデルと消費者行動モデルから一般均衡モデルを作成し、部門別のイノベーション（外生的な生産性上昇）による労働投入（労働需要）および厚生の変化を評価した。

（備考）本論文は、執筆者個人の責任で発表するものであり、独立行政法人 労働政策研究・研修機構としての見解を示すものではない。本論文は、中野・西村（2018）および Nakano and Nishimura（2018）のカスケード型CES関数を構造変革と動的計画法の観点から再解釈・再構成し、経済モデルを精緻化したものである。

目次

はじめに	1
1. 経済の基礎構造.....	3
2. 生産.....	6
2.1. 2要素 CES 生産関数.....	6
2.2. 2要素 CES 生産関数のパラメータの復元.....	7
2.3. カスケード型 CES 集計関数.....	9
2.4. カスケード型 CES 関数のパラメータ推定.....	10
2.5. カスケード型 CES 関数のパラメータ.....	12
2.6. 構造変革の複製.....	13
2.7. TFP 成長率.....	15
3. 消費.....	16
3.1. 代表的消費者.....	16
3.2. 効用関数の推定.....	17
4. シミュレーション.....	18
4.1. 新たな均衡と厚生.....	18
4.2. 生産性ショック.....	20
おわりに.....	27
補論.....	27
参考文献.....	31
付表.....	34

はじめに

構造変革 (structural transformation) とは、広範囲の産業部門にわたる経済活動の再配分を指す¹。発展途上国の成長において、構造変革が重要な役割を果たしてきたことは十分に示されている。先行研究では、マクロ経済の動的最適化の枠組みに基づき、異なる地域間および地域横断的な長期的構造変革の観察事実が説明されてきた。そこでは、部門の生産性、資本集約度、国際貿易、規模の経済、要素代替の弾力性に体化された技術など、構造変革の様々な源泉に関して分析がなされてきた²。これらのモデルは集計された経済における長期的な構造変革の観察結果を説明することを目的としているが、より幅広い部門の活動について、現在あるいは短期の経済におけるイノベーションの研究にも適用できるはずである。

本研究の目的は、短期経済へ構造変革の枠組みを拡張し、外生的な生産性上昇として描写されるイノベーションによる労働投入(労働需要)や厚生の変化を評価することである。そのため、広範な要素投入から成る幅広い部門の経済活動について、構造変革を扱うことが可能な生産者行動モデルを作成する。具体的には、労働と資本という2つの本源的要素の間でシェアがシフトするというような、従来のモデルで採用されていた典型的な2要素の部門別生産関数を修正する。本研究では、日本の産業連関表を用いて、2つの本源的要素投入に加えて複数の中間要素投入を伴う複数要素 ($N = 385$) の部門別生産関数を考える。この場合、一般均衡のフィードバックを介して、構造変革は要素投入を生産する部門の生産性の影響を受けることになるだろう。

本研究では、生産され、消費され、生産活動の投入物として使用される多くの財に関する実証的なマクロ経済一般均衡モデルを構築する。このような経済全体のモデリングに対する先駆的な貢献は、Leontief の投入・産出システムであろう。今日においても、産業連関表や規模に関する収穫一定の生産関数は、応用 (計算可能な) 一般均衡 (CGE) モデル (例えば、Burfisher (2017)) において、特に中間財生産に付随するものについて重要な役割を果たしている。これに対し、本研究は、経済全体の生産システムの要素代替の弾力性を一様に (0 や 1 など) アプリオリに想定することなく、投入物のコストシェア (または投入係数) を内生化することができる新たな生産関数を作成しようとするものである。

これまでの応用一般均衡分析は、使用された集計関数の性質によって分類することができる。たとえば CES 関数は、計算可能な一般均衡 (CGE) 分析にしばしば用いられてきた。実証的な目的のために、2要素 CES 生産関数 (Arrow et al. (1961)) は、規模に関する収穫一定の仮定と2つの要素に限定される点を緩和するという2つの側面について修正されている。規模に関する収穫一定を仮定しない CES 生産関数の代替弾力性の推定は、非線形

¹ Matsuyama (2008) や Herrendorf et al. (2014) は構造変化・変革に関するレビューを行っている。

² 古典的な文献は別として、Ngai and Pissarides (2007)、Echevarria (2008)、Buera and Kaboski (2012)、Alvarez-Cuadrado et al. (2018) にも重要な貢献が含まれる。

回帰を含む。Kmenta (1967) は、テイラー級数近似を用いて回帰式を線形化し、CES 生産関数の 2 つの投入物間の弾力性を推定した。Henningsen and Henningsen (2012) は、2 つ以上の投入物を含む 2 段階入れ子型 CES 関数の非線形最小二乗推定を効率的に行う方法を考案した。CES 関数では複数の投入物間で 1 つのみ代替弾力性が想定されるので (Uzawa (1962)、McFadden (1963))、多要素の生産に対して Sato (1967) は 2 つの収穫一定 CES 関数を入れ子構造にした。

一方、Hudson and Jorgenson (1974) は、KLEM 型の計量経済一般均衡モデルの一部として、集計された投入物間の実証的なトランスログ関数を使用している。コブ=ダグラス型関数の 2 次の一般化として、トランスログ関数は要素投入間の代替弾力性に関してフレキシブルである。また、その実証的な推定 (Dixon and Jorgenson (2013)) においては、双対アプローチから 1 階の条件である支出 (コスト) シェアが用いられる。1 階の条件は、集計された時系列データから代替弾力性のパラメータを推定する際の中核を担うものである。2 要素 CES 関数 (Berndt (1976)、Antràs (2004)、Klump et al. (2007)、Herrendorf et al. (2015)) やアーミントン集計関数 (Saito (2004)、Kim et al. (2017)) で部門別多要素 CES 関数のパラメータを推定する際に、産業連関表から得られるコストシェアのデータを使った双対アプローチが適用されている。

本研究でも部門別生産をモデル化するが、規模に関する収穫一定の 2 要素 CES 関数をカスケード型 (つまり、直列の入れ子型) にすることで、複数の要素投入を扱うことを可能にする。その際、投入物を組み合わせる序列が与えられると、カスケード型 CES 関数の入れ子型の弾力性とシェアパラメータが、動的計画法で解くことができる制約付き最小二乗問題によって推定可能である。実証モデルのパラメータは 2 時点で (または、2 時点回帰によって) で推定され、そのパラメータを用いれば 2 時点の状態 (実績値) を復元できる。つまり、実証的なカスケード型 CES 関数のもとで、2 つの時点で観測された投入係数は、限界的な一般均衡状態として完全に復元される。さらに、実証的なカスケード型 CES 関数のパラメータのもとで計測された部門別全要素生産性 (TFP) 上昇率は、トランスログ関数と統合的なトルンクビスト (Törnqvist) 指数の対数値とほぼ一致することが確認された。

本研究で用いる主たるデータは、以下のような 2 つの金額バランスがとられた総務省「平成 12-17-23 (2000-2005-2011) 年接続産業連関表」から得られる。

$$r_t K_{jt} + w_t L_{jt} + \sum_{i=1}^N p_{it} X_{ijt} = p_{jt} Y_{jt} \quad (1)$$

$$p_{it} H_{it} + p_{it} S_{it} + p_{it} E_{it} + \sum_{j=1}^N p_{it} X_{ijt} = p_{it} Y_{it} \quad (2)$$

ただし、 $i = 1, \dots, N$ は財を、 $j = 1, \dots, N$ は部門を、 $t = 0, 1$ は時点を表す³。(1) の部門別の

³ 本研究で使用する 2 時点のデータは、接続産業連関表の 2000 年と 2005 年の平均値および 2005 年と 2011 年の平均値である。

式について、 rK および wL はそれぞれ資本サービス投入および労働サービス投入に対する支払である。(2) の財別の式について、 pH , pS および pE はそれぞれ名目の家計消費、投資および純輸出である。なお、 pX および pY はそれぞれ名目の中間要素投入および財の産出である。接続産業連関表では名目および実質値が得られるので、財価格(p_{1t}, \dots, p_{Nt})は、2 時点、 $t = 0$, について観測される。資本サービス価格 r_t および賃金（労働サービス価格） w_t については、経済産業研究所「JIP データベース 2015」から一国全体の平均値を算出して使用している⁴。

本研究で導出された双対（単位費用）関数のフィードバック・システムは、計測された部門別 TFP 成長率のもとで、2 時点について (1)、(2) 式をトレースする。一方で 2 要素を組み合わせるプロセスによって部門別の生産をモデル化しているため、組み合わせるプロセス（入れ子）の序列を決めなければならない。そこで、産業連関分析でよく使われてきた部門の序列、つまり三角化の序列を使用する。生産が 2 要素を組み合わせるプロセスのみで構成されている場合、要素投入はプロセスの複合財として組み合わせられ、各複合財を中間的な産出物として見ると、それらもまたプロセスの複合財としてさらに組み合わせられる。それゆえ、生産の投入・産出構造は三角形になる。三角化構造の優れた特徴は、処理のシーケンスの序列を容易に解明できることである。本研究では、最も細分化された基本分類 ($N=385$) の産業連関表が三角化構造を持っていることを確認している。日本の三角化された産業連関表における発生行列の線形性（linearity）（すなわち、すべての要素の合計に対する対角上の要素の合計の比）は、80%以上になる。本研究では、このシーケンスを「三角化の序列」（Stream Order）と呼ぶ。

本論文の構成は、次の通りである。次節では、産業連関表の三角化の方法を応用し、カスケード型 CES 関数を作成するための三角化の序列を決定している。また、第 3 節では、生産者の生産関数をカスケード型 CES 関数に特定化し、動的計画法によってそのパラメータを解いている。第 4 節では、消費者の効用関数を多要素 CES 関数に特定化し、加重二段階最小二乗法によってそのパラメータを推定している。そして、第 5 節では、生産者行動モデルと消費者行動モデルから一般均衡モデルを作成し、イノベーション（外生的な生産性上昇）による労働投入（労働需要）および厚生の変化を評価している。

1. 経済の基礎構造

$N+1$ 個の投入物 ($i = 0, 1, \dots, N$, 昇順で i 番目の投入物) を組み合わせる N 個の 2 要素プロセス ($j = 1, 2, \dots, N$, 昇順で j 番目のプロセス) から成る、ある部門のカスケード型生産関数を考える。投入物 i がプロセス j に直接的あるいは間接的に投入される場合に $\phi_{ij} = 1$ 、投入物 i がプロセス j に間接的にでも投入されない場合に $\phi_{ij} = 0$ となるように、 ϕ_{ij} を定義

⁴ 中野・西村 (2018) および Nakano and Nishimura (2018) では、部門別に異なる資本サービス価格および賃金（労働サービス価格）を想定している。

する。カスケード型生産関数の場合、発生行列 $\Phi = \{\phi_{ij}\}$ は三角行列になる。つまり、 $i \leq j$ の時 $\phi_{ij} = 1$ 、 $i > j$ の時 $\phi_{ij} = 0$ である。これに加え、各プロセス $j = 1, 2, \dots, N$ が、組み合わせるプロセスのシーケンス全体の一部になっている。つまり、中間財 j （あるいは、 j 番目に組み合わせるプロセスの産出物）は組み合わせられる投入物 $i = 0, 1, \dots, j-1$ から生産される。この序列では、 $i = 0, 1, \dots, N$ の投入シーケンス全体のうち最初の j から成る。したがって、2要素を組み合わせる生産関数の想定のもとで、発生行列を三角行列にするような投入物（あるいは2要素プロセス）の序列が見つければ、処理シーケンスが解明される。

今、 N 個のカスケード型生産の k 番目のプロセスに焦点を当てよう。ここで、 $\sum_{i=1}^N \phi_{ik}$ および $\sum_{j=1}^N \phi_{kj}$ をそれぞれ k 番目のプロセスの入次数（Indegree）および出次数（Outdegree）と定義する。完全に三角化された発生行列 Φ では、 k 番目のプロセスの入次数と出次数の比率は以下のように評価される⁵。

$$k \text{ の入次数/出次数} \equiv \frac{\sum_{i=1}^N \phi_{ik}}{\sum_{j=1}^N \phi_{kj}} = \frac{k}{N-k+1} \quad (\text{完全に三角化された発生行列 } \Phi \text{ について})$$

・・・ (3)

一方、簡便化のために、 N 個の選択肢のうちの k 番目の序列を示す以下のような序列指数（Ranking Index）を使う。

$$k \text{ の序列指数} \equiv \frac{N-k+1}{N} \quad \dots (4)$$

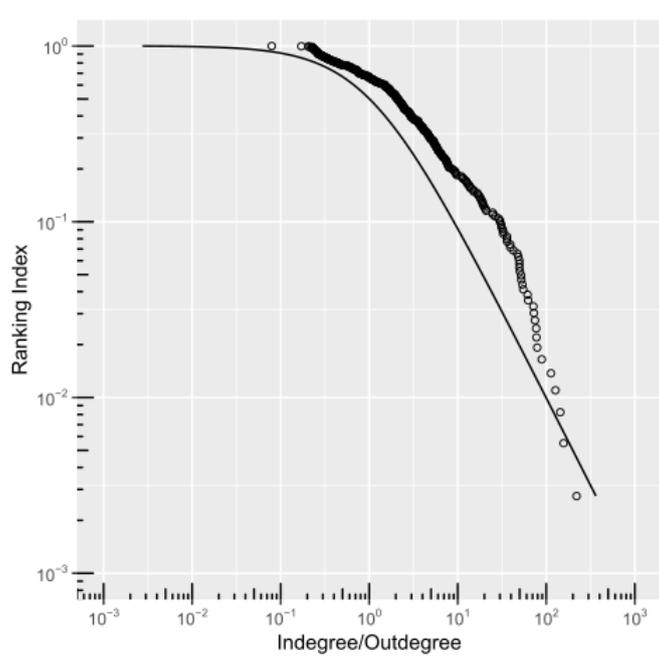
昇順で N 個の観測値をソートし、序列指数に対してプロットすると、観測値の相補累積密度関数（complementary cumulative distribution function, CCDF）が与えられる。

図表1では、 $N=385$ 個のカスケード型生産を表す発生行列 Φ （完全に三角化された）について、入次数/出次数の序列指数が実線で示されている。この場合、 k 番目のプロセスの入次数/出次数は序列指数において k 番目に位置づけられなくてはならない。本研究では、 k を N に近づけた時の(3)と(4)式の関数の対数値における線形性（linearity）、つまり2つの関数における漸近的な冪乗則の関係を示す $\log \frac{N-k+1}{N} \approx -\log \frac{k}{N-k+1}$ を確認している。図表1では、日本の2005年産業連関表から作成した発生行列 Φ の入次数/出次数の値を、対応する序列指数に対して昇順で並べたものを丸で示している。各点は、産業部門を表す。 k 番目に位置づけられたプロセスは N 個のカスケード型プロセスの k 番目のプロセスであるため（実線）、序列指数によって明らかにされた部門の階層は、上流から下流への部門別処

⁵ Chenery and Watanabe (1958) は産業部門を類型化するために、同じ基準（入次数と出次数の比率）を用いている。ただし、彼らは発生 ϕ_{ij} ではなく、投入係数 a_{ij} を用いている。Nakano and Nishimura (2018) はより大きな線形性（linearity）をもつ部門の階層を探すために、この基準を一般化している。

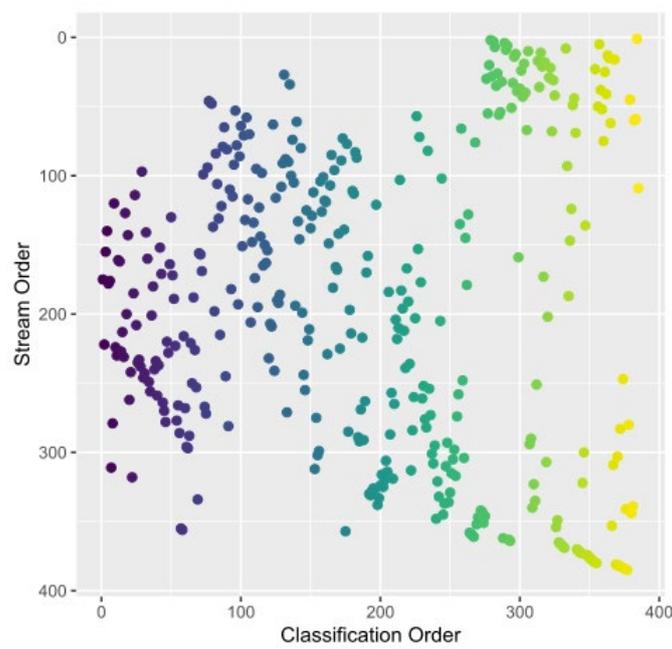
理における経済全体の（マクロ的な）処理シーケンスを示すものと推測される。多くの場合、冪分布はスケールフリーを意味するので（Šizling and Storch (2004)）、このマクロ的な部門の階層（三角化の序列（Stream Order））をすべてのミクロ的な部門の生産にも適用する。

図表 1 入次数/出次数と序列指数（2000～2005 年）



図表 2 は、三角化の序列と産業連関表における産業分類の序列（Classification Order）との対応関係を示したものである。産業分類の序列が 264 番以降の部門がサービス業部門であるが、それらは汎用性が高く三角化の序列の上位に位置する上流部門と、専門的で三角化の序列の下位に位置する下流部門に二分されているように見える。汎用性の高いサービス業部門を除けば、産業分類が 1 次、2 次、3 次産業とその序列の番号が大きくなるにつれ、概して三角化の序列が上位（上流）から下位（下流）になっている。

図表2 三角化の序列と産業分類との対応



2. 生産

2.1.2 要素 CES 生産関数

まず、以下のような規模に関する収穫一定の2要素CES生産関数（付加価値ベース）から始める。

$$Q_V = \left(\alpha^{\frac{1}{1-\gamma}} K^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} + (1-\alpha)^{\frac{1}{1-\gamma}} L^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \dots (5)$$

ただし、 $1-\gamma$ は代替の弾力性、 $\alpha < 1$ はシェアパラメータ、 Q_V は実質付加価値であり、 K および L は、それぞれ第1および第2の要素投入である。ここで、 γ および α は時間不変のパラメータとする。簡便化のため、次のような(5)式の双対関数を扱う。

$$\pi_V = (\alpha r^\gamma + (1-\alpha)w^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}} \dots (6)$$

ただし、 r および w は、それぞれ第1および第2投入物の要素価格である。 π_V は Q_V の単位価格である。(5)と(6)式的双対性は、 $\pi_V Q_V = rK + wL$ 、あるいは以下を意味する。

$$\pi_V = r \frac{K}{Q_V} + w \frac{L}{Q_V} = r \frac{\partial \pi_V}{\partial r} + w \frac{\partial \pi_V}{\partial w} \quad \dots (7)$$

(7) 式の2番目の恒等式は、1次同次の(6)式にオイラーの定理を適用したものである。

したがって、第1投入物にとっては a 、第2投入物にとっては $1-a$ で表されるコストシェアは、(6)および(7)式について以下のような展開をすることによって得られる。

$$a = \frac{rK}{\pi_V Q_V} = \frac{r}{\pi_V} \frac{\partial \pi_V}{\partial r} = \alpha \left(\frac{r}{\pi_V} \right)^Y \quad \dots (8)$$

$$1-a = \frac{wL}{\pi_V Q_V} = \frac{w}{\pi_V} \frac{\partial \pi_V}{\partial w} = (1-\alpha) \left(\frac{w}{\pi_V} \right)^Y \quad \dots (9)$$

ここで、以下のように(8)および(9)式のコストシェアの比をとる。

$$\frac{a}{1-a} = \frac{rK}{wL} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \left(\frac{r}{w} \right)^Y \quad \dots (10)$$

(10) 式を自然対数を取り、時間を t で表すと、次のような線形回帰式を得る⁶。

$$\ln z_t = \ln \zeta + \gamma \ln r_t/w_t + \varepsilon_t \quad \dots (11)$$

ただし、 $z = a/(1-a)$ 、 $\zeta = \alpha/(1-\alpha)$ と定義する。このとき、未知のパラメータの最小二乗推定量は以下の通りである。

$$\hat{\gamma} = \frac{\text{Cov}(\ln z_t, \ln r_t/w_t)}{\text{Var}(\ln r_t/w_t)} \quad \dots (12)$$

$$\ln \hat{\zeta} = \frac{\sum_{t=0}^T \ln z_t - \hat{\gamma} \sum_{t=0}^T \ln r_t/w_t}{T+1} \quad \dots (13)$$

2.2.2 要素 CES 生産関数のパラメータの復元

2時点 $t = 0, 1$ で考えると、(11)式は2時点回帰(あるいは前後分析(before-after analysis))になり、カリブレートされるパラメータの解は以下ようになる。

⁶ 本質的には同様であるが、Arrow et al. (1961)、Berndt (1976) および Antràs (2004) は、回帰式においてコストシェアの比ではなく、 K/L を使用している。

$$\bar{\gamma} = \frac{\ln z_1 - \ln z_0}{\ln r_1/w_1 - \ln r_0/w_0} \quad \dots (14)$$

$$\ln \bar{\zeta} = \frac{\ln z_0 \ln r_1/w_1 - \ln z_1 \ln r_0/w_0}{\ln r_1/w_1 - \ln r_0/w_0} \quad \dots (15)$$

ここでは、2 時点推定量をハット ((12)、(13) 式) ではなくバー ((14)、(15) 式) で表現している。この場合、2 時点いずれについても誤差項がゼロ ($\varepsilon_0 = \varepsilon_1 = 0$) であることに注意が必要である。つまり、(10) 式を通して 2 時点で観測されるコストシェアが 2 時点で観測される要素価格の比率によって完全に復元されるため、これらのパラメータは状態 (実績値) を復元する。したがって、

$$\frac{a_0}{1-a_0} = \frac{\bar{\alpha}}{1-\bar{\alpha}} \left(\frac{r_0}{w_0} \right)^{\bar{\gamma}} \quad \dots (16)$$

$$\frac{a_1}{1-a_1} = \frac{\bar{\alpha}}{1-\bar{\alpha}} \left(\frac{r_1}{w_1} \right)^{\bar{\gamma}} \quad \dots (17)$$

ただし、先に定義したように、 $\bar{\alpha} = \bar{\zeta}/(1 + \bar{\zeta})$ および $a_t = z_t/(1 + z_t)$ 。また、集計された価格 π_{vt} は、(6) 式によって次のように評価される。

$$\pi_{v0} = (\bar{\alpha}(r_0)^{\bar{\gamma}} + (1 - \bar{\alpha})(w_0)^{\bar{\gamma}})^{\frac{1}{\bar{\gamma}}} \quad \dots (18)$$

$$\pi_{v1} = (\bar{\alpha}(r_1)^{\bar{\gamma}} + (1 - \bar{\alpha})(w_1)^{\bar{\gamma}})^{\frac{1}{\bar{\gamma}}} \quad \dots (19)$$

さらに、付加価値デフレーター p_{vt} が 2 時点 $t = 0, 1$ で観測される場合、全要素生産性 (TFP) の変化を捉えることができる。ゼロ利潤条件 (規模に関する収穫一定より) は $p_{vt}(Y_t - \sum_{i=1}^N X_{it}) = \pi_{vt} Q_{vt}$ ($Y_t - \sum_{i=1}^N X_{it}$ は実際に観測される実質付加価値、つまり観測される実質産出から実質の中間投入を控除したもの) を意味するため、ここで次のように θ_t を定義しておこう。

$$(Y_0 - \sum_{i=1}^N X_{i0})/Q_{v0} = \theta_0 = \pi_{v0}/p_{v0} \quad \dots (20)$$

$$(Y_1 - \sum_{i=1}^N X_{i1})/Q_{v1} = \theta_1 = \pi_{v1}/p_{v1} \quad \dots (21)$$

2 時点いずれについても、最初の恒等式より、 θ_t が (ヒックス中立的な) TFP であることがわかる。したがって、TFP の成長率 ($\text{TFPg} = \Delta \ln \theta = \ln \theta_1/\theta_0$) は、集計された単位費用

の変化率から観測される付加価値デフレータの変化率を引くことで評価できる。

$$TFPg = \ln \theta_1 / \theta_0 = \ln \pi_{v1} / \pi_{v0} - \ln p_{v1} / p_{v0} \quad \cdot \cdot \cdot (22)$$

2.3. カスケード型 CES 集計関数

ある産業部門（添え字 j は省略する）について、 $N+2$ の投入物（2 つの本源的投入物と N 個の中間投入物）のカスケード型（直列入れ子型）集計関数は、次のように表現される。

$$\begin{aligned} Q &= F(K, L, X_1, \dots, X_N) = F(\mathbf{X}, K, L) \\ &= \Xi_{N+1} \left(X_N, \Xi_N \left(X_{N-1}, \dots, \Xi_3 \left(X_2, \Xi_2 \left(X_1, \Xi_1(K, L) \right) \right) \dots \right) \right) \quad \cdot \cdot \cdot (23) \end{aligned}$$

ここで、 $Q \geq 0$ は物量単位の産出であり、 $X_i \geq 0$ は第 i 番目の投入である。2 つの組み合わせられない投入物 K, L を含む本源的な入れ子を除き、1 つの投入物と下層の入れ子で組み合わせられた複合財から成る $N+1$ 個の入れ子がある。 $\Xi_1(K, L)$ を 0 番目の（集計された本源的な）要素投入と考える。 n 番目の入れ子で処理される $n+1$ 番目に組み合わせられる産出物についての CES 集計関数は、次の通りである。ただし、 $X_0 = K$ および $\Xi_0 = L$ と定義しておく。

$$\Xi_{n+1}(X_n, \Xi_n) = \left((\alpha_n)^{\frac{1}{1-\gamma_n}} (X_n)^{\frac{\gamma_n}{\gamma_n-1}} + (1-\alpha_n)^{\frac{1}{1-\gamma_n}} (\Xi_n)^{\frac{\gamma_n}{\gamma_n-1}} \right)^{\frac{\gamma_n-1}{\gamma_n}} \quad \cdot \cdot \cdot (24)$$

入れ子生産関数 (24) は、 $n=0, 1, \dots, N$ について成り立つ。 $\alpha_i \in [0, 1]$ は n 番目の入れ子におけるシェアパラメータ、 Ξ_n は $n-1$ 番目の入れ子で組み合わせられる産出物、 $1-\gamma_n$ は n 番目の投入物 x_n と下層の入れ子で組み合わせられた投入物 Ξ_n との間の代替の弾力性である。なお、入れ子生産 (24) 式は、1 次同次と仮定する。

(24) 式の集計関数における n 番目の入れ子の双対関数は、以下の通りである。

$$\Pi_{n+1}(p_n, \Pi_n) = (\alpha_n(p_n)^{\gamma_n} + (1-\alpha_n)(\Pi_n)^{\gamma_n})^{\frac{1}{\gamma_n}} \quad \cdot \cdot \cdot (25)$$

ここで、 p_n は n 番目の投入物の価格であり、 Π_n は下層の入れ子で組み合わせられた投入物の価格である。(25) 式は $n=0$ のときも成立しなくてはならず、それゆえ (24) 式と整合的になるように $p_0 = r$ および $\Pi_0 = w$ とする。カスケード型 CES 単位費用関数は、(25) 式を直列入れ子にすることで導出される。

$$\begin{aligned}
c &= C(r, w, p_1, \dots, p_n) = C(\mathbf{p}, r, w) \\
&= \Pi_{N+1} \left(p_N, \Pi_N \left(p_{N-1}, \dots, \Pi_3 \left(p_2, \Pi_2 \left(p_1, \Pi_1(r, w) \right) \right) \dots \right) \right) \dots \dots (26)
\end{aligned}$$

ただし、 c は当該産業部門の単位費用である。

2.4. カスケード型 CES 関数のパラメータ推定

すべての入れ子においてゼロ利潤条件（規模に関する収穫一定より）が成立するため、 Π_{n+1} は n 番目の入れ子の産出物 Ξ_{n+1} の集計された単位費用でなければならない。つまり、

$$\Pi_{n+1} \Xi_{n+1} = p_n X_n + \Pi_n \Xi_n \quad \dots \dots (27)$$

である。このとき、(5) ~ (7) 式から (10) 式を導出したのと同様にして次式を得る。た

だし、 n 番目の投入物のコストシェアは $a_n = \frac{p_n X_n}{pY}$ であり、 $\sum_{i=0}^{n-1} a_i = a_0 - a_{-1} = \frac{wL}{pY} = a_L$ 、

$a_0 = \frac{rK}{pY} = a_K$ とする。

$$\frac{p_n X_n}{\Pi_n \Xi_n} = \frac{a_n}{\sum_{i=0}^{n-1} a_i} = \frac{\partial C / \partial p_n}{\partial C / \partial \Pi_n} = \frac{a_n}{1 - a_n} \left(\frac{p_n}{\Pi_n} \right)^{\gamma_n} \quad \dots \dots (28)$$

$z_n = a_n / \sum_{i=0}^{n-1} a_i$ および $\zeta_n = a_n / (1 - a_n)$ と定義し、時点を表す添え字 t を付与したものの自然対数をとることによって、(11) 式に類する方程式を得る。

$$\ln z_{nt} = \ln \zeta_n + \gamma_n \ln p_{nt} / \Pi_{nt} + \varepsilon_{nt} \quad \dots \dots (29)$$

ε_{nt} は、攪乱項である。 Π_{nt} は観測されないデータであるが、1 段階内側の入れ子で評価される状態変数であることを除き、(29) 式は単純な回帰式である。つまり、パラメータ (ζ_n, γ_n) は Π_{nt} で条件づけられて推定される。 Π_{nt} は、そのパラメータ $(\zeta_{n-1}, \gamma_{n-1})$ が $\Pi_{n-1,t}$ で条件づけられて推定される入れ子単位費用関数によって与えられる。ただし、終端の状態変数はすべての t について $\Pi_{0t} = p_{0t}$ となって入手可能である。

この性質を踏まえると、パラメータを解くための次のような動的計画法を考えることができる。

$$\min_{\zeta_n, \gamma_n} \sum_{n=0}^N \sum_{t=0}^T (\ln z_{nt} - \ln \zeta_n - \gamma_n \ln p_{nt} / \Pi_{nt})^2 \quad \text{s.t.} \quad \Pi_{n+1,t} = \Pi_{n+1}(\Pi_{nt}; \zeta_n, \gamma_n) \quad \dots \dots (30)$$

ただし、状態遷移は CES 集計関数によって次のように定式化される。

$$\Pi_{n+1}(\Pi_{nt}; \zeta_n, \gamma_n) = \left(\frac{\zeta_n}{1+\zeta_n} (p_{nt})^{\gamma_n} + \frac{1}{1+\zeta_n} (\Pi_{nt})^{\gamma_n} \right)^{\frac{1}{\gamma_n}} \quad \dots (31)$$

この問題は、次のようなベルマン方程式で解釈できる。

$$v(\Pi_n) = \min_{\zeta_n, \gamma_n} O_n(\zeta_n, \gamma_n; \Pi_n) + v(T_n(\Pi_n; \zeta_n, \gamma_n)) \quad \dots (32)$$

ただし、目的関数および状態遷移は次のように定式化される。

$$O_n(\zeta_n, \gamma_n; \Pi_n) = \sum_{t=0}^T (\ln z_{nt} - \ln \zeta_n - \gamma_n \ln p_{nt} / \Pi_{nt})^2 \quad \dots (33)$$

$$T_n(\Pi_n; \zeta_n, \gamma_n) = (\Pi_{n+1}(\Pi_{n0}; \zeta_n, \gamma_n), \Pi_{n+1}(\Pi_{n1}; \zeta_n, \gamma_n), \dots, \Pi_{n+1}(\Pi_{nT}; \zeta_n, \gamma_n)) = \Pi_{n+1} \quad \dots (34)$$

この問題を後ろ向き帰納法で解いてみよう。終端 ($n=N$) において、この問題は制約なしで残差平方和を単純に最小化するものである。つまり、

$$v(\Pi_N) = \min_{\zeta_N, \gamma_N} O_N(\zeta_N, \gamma_N; \Pi_N) = \min_{\zeta_N, \gamma_N} \sum_{t=0}^T (\ln z_{Nt} - \ln \zeta_N - \gamma_N \ln p_{Nt} / \Pi_{Nt})^2 \quad \dots (35)$$

である。以下は (35) 式の解、つまり OLS 推定量である。

$$\hat{\gamma}_N = \frac{\text{Cov}(\ln z_{Nt}, \ln p_{Nt} / \Pi_{Nt})}{\text{Var}(\ln p_{Nt} / \Pi_{Nt})} \quad \dots (36)$$

$$\ln \hat{\zeta}_N = \frac{\sum_{t=0}^T \ln z_{Nt} - \hat{\gamma}_N \sum_{t=0}^T \ln p_{Nt} / \Pi_{Nt}}{T+1} \quad \dots (37)$$

これらの推定量を使い、終端の価値関数は次のように評価される。

$$v(\Pi_N) = \sum_{t=0}^T (\ln z_{Nt} - \ln \hat{\zeta}_N - \hat{\gamma}_N \ln p_{Nt} / \Pi_{Nt})^2 \quad \dots (38)$$

ベルマン方程式をさらに後ろ向きに解くために、この価値関数は数値で評価されなくてはならない。ただし、とくに状態変数 T の次元が大きい時には、このタスクは非常に複雑で困難なものとなる。

2.5. カスケード型 CES 関数のパラメータ

一方、 $T=1$ あるいは $t=0,1$ のような 2 時点回帰の場合、価値関数はゼロ、つまり、 $n=N, N-1, \dots, 1, 0$ について $v(\mathbf{\Pi}_N) = 0$ になる。この場合、すべての n について、(32) 式のパラメータは以下のように解くことができる。

$$\bar{\gamma}_n = \frac{\ln z_{n1} - \ln z_{n0}}{\ln p_{n1}/\Pi_{n1} - \ln p_{n0}/\Pi_{n0}} \quad \dots (39)$$

$$\ln \bar{\zeta}_n = \frac{\ln z_{n0} \ln p_{n1}/\Pi_{n1} - \ln z_{n1} \ln p_{n0}/\Pi_{n0}}{\ln p_{n1}/\Pi_{n1} - \ln p_{n0}/\Pi_{n0}} \quad \dots (40)$$

ここから、帰納法によって確認してみよう。まず、2 時点回帰の性質から、終端の価値関数は 0 まで減少する。つまり、(35) 式に (39)、(40) 式を代入して、

$$v(\mathbf{\Pi}_N) = \sum_{t=0}^1 (\ln z_{Nt} - \ln \bar{\zeta}_N - \bar{\gamma}_N \ln p_{Nt}/\Pi_{Nt})^2 = 0 \quad \dots (41)$$

同様に、2 時点回帰のすべての誤差項はすべての n について消えなくてはならない。

$$O_n(\bar{\zeta}_n, \bar{\gamma}_n; \mathbf{\Pi}_n) = \sum_{t=0}^1 (\ln z_{nt} - \ln \bar{\zeta}_n - \bar{\gamma}_n \ln p_{nt}/\Pi_{nt})^2 = 0 \quad \dots (42)$$

したがって、ベルマン方程式 (32) と終端条件 (41) によって、すべての価値関数がゼロまで減少する。

$$v(\mathbf{\Pi}_N) = O_n(\bar{\zeta}_n, \bar{\gamma}_n; \mathbf{\Pi}_n) + v(\mathbf{\Pi}_{N+1}) = 0 \quad \dots (43)$$

$n = 0, 1, \dots, N$ について、(39)、(40) 式から得られる復元パラメータ $(\bar{\zeta}_n, \bar{\gamma}_n)$ のもとで遷移関数 τ により、状態変数 $\mathbf{\Pi}_N = (\Pi_{n0}, \Pi_{n1})$ は再帰的に解かれる。なお、初期条件は、 $\mathbf{\Pi}_0 = (\Pi_{00}, \Pi_{01}) = (w_0, w_1)$ および $(p_{00}, p_{01}) = (r_0, r_1)$ である。

$$\tau_n(\dots \tau_1(\tau_0(\mathbf{\Pi}_0; \bar{\zeta}_0, \bar{\gamma}_0); \bar{\zeta}_1, \bar{\gamma}_1) \dots) = \mathbf{\Pi}_{n+1} \quad \dots (44)$$

最後に、生産性水準 $\theta = (\theta_0, \theta_1)$ が、(26) 式に関わる最終状態 $\mathbf{\Pi}_{N+1} = (c_0, c_1)$ によって評価される。

$$\theta_0 = c_0/p_0 \quad \dots (45)$$

$$\theta_1 = c_1/p_1 \quad \dots (46)$$

ただし、 p_t は観測される産出物価格である。したがって、TFPの成長率は、単位費用の変化率から観測される産出物価格の変化率を引くことで評価できる。

$$\text{TFPg} = \ln \theta_1 / \theta_0 = \ln c_1 / c_0 - \ln p_1 / p_0 \quad \dots (47)$$

2.6. 構造変革の複製

さらに、(42)式がすべての $n = 0, 1, \dots, N$ について以下を示すため、パラメータ(39)、(40)は状態復元的である（つまり、2つの観測されるコストシェアが観測される要素価格の比率によって完全に復元される）ことが再確認できる。

$$\frac{a_{n0}}{1-a_{n0}} = \frac{\bar{\alpha}_n}{1-\bar{\alpha}_n} \left(\frac{p_{n0}}{\Pi_{n0}} \right)^{\bar{\gamma}_n} \quad \dots (48)$$

$$\frac{a_{n1}}{1-a_{n1}} = \frac{\bar{\alpha}_n}{1-\bar{\alpha}_n} \left(\frac{p_{n1}}{\Pi_{n1}} \right)^{\bar{\gamma}_n} \quad \dots (49)$$

ここで、 Π_{nt} は、パラメータ (α_n, γ_n) のもとで(25)式により、 $(w_t, r_t, p_{1t}, \dots, p_{n-1,t})$ の関数として観測できる。したがって、2時点の観測されるコストシェアと要素価格から(39)、(40)式によって決定するパラメータ $(\bar{\alpha}_n, \bar{\gamma}_n)$ を使うと、(48)、(49)式により、2時点($t = 0, 1$)で観測されるコストシェア $(a_{0t}, a_{1t}, \dots, a_{Nt})$ は対応する要素価格 $(w_t, r_t, p_{1t}, \dots, p_{Nt})$ によって複製される。

以下では、この性質を別の観点から検証する。シェパードの補題により、コストシェアは単位費用関数によって以下のように書くことができる。

$$\frac{\partial C_j(\mathbf{p}, r, w)}{\partial p_i} \frac{p_i}{\theta_j p_j} = a_{ij} \quad \dots (50)$$

$$\frac{\partial C_j(\mathbf{p}, r, w)}{\partial r} \frac{r}{\theta_j p_j} = a_{Kj} \quad \dots (51)$$

$$\frac{\partial C_j(\mathbf{p}, r, w)}{\partial w} \frac{w}{\theta_j p_j} = a_{Lj} \quad \dots (52)$$

ただし、部門を $j = 1, 2, \dots, N$ と明示的に表し、中間要素投入を $i = 1, 2, \dots, N$ で表す。(50)～(52)式を簡潔に表現すると、以下ようになる。

$$\langle \mathbf{p} \rangle \nabla \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta})^{-1} \langle \mathbf{p} \rangle^{-1} = \mathbf{A} \quad \dots (53)$$

$$r \mathbf{C}_r(\boldsymbol{\theta})^{-1} \langle \mathbf{p} \rangle^{-1} = \mathbf{a}_K \quad \dots (54)$$

$$w\mathbf{C}_w\langle\boldsymbol{\theta}\rangle^{-1}\langle\mathbf{p}\rangle^{-1} = \mathbf{a}_L \quad \dots (55)$$

ただし、かぎ括弧は対角行列を示している。(48)、(49) 式より、復元パラメータ、つまり $(\bar{\alpha}_{j0}, \bar{\alpha}_{j1}, \dots, \bar{\alpha}_{jN}; \bar{\gamma}_{j0}, \bar{\gamma}_{j1}, \dots, \bar{\gamma}_{jN})$ のもとで、すべての財価格 $(\mathbf{p}_0, r_0, w_0; \mathbf{p}_1, r_1, w_1)$ および $\text{TFP}(\boldsymbol{\theta}_0; \boldsymbol{\theta}_1)$ を所与として、単位費用関数のシステム \mathbf{C} が 2 時点の観測されるコストシェアの構造 $(\mathbf{A}_0, \mathbf{a}_{K0}, \mathbf{a}_{L0}; \mathbf{A}_1, \mathbf{a}_{K1}, \mathbf{a}_{L1})$ を完全に複製する。これを明示的に表すと、以下の通りである。

$$\langle\mathbf{p}_0\rangle\nabla\mathbf{C}\langle\boldsymbol{\theta}_0\rangle^{-1}\langle\mathbf{p}_0\rangle^{-1} = \mathbf{A}_0 \quad \dots (56)$$

$$r_0\mathbf{C}_r\langle\boldsymbol{\theta}_0\rangle^{-1}\langle\mathbf{p}_0\rangle^{-1} = \mathbf{a}_{K0} \quad \dots (57)$$

$$w_0\mathbf{C}_w\langle\boldsymbol{\theta}_0\rangle^{-1}\langle\mathbf{p}_0\rangle^{-1} = \mathbf{a}_{L0} \quad \dots (58)$$

$$\langle\mathbf{p}_1\rangle\nabla\mathbf{C}\langle\boldsymbol{\theta}_1\rangle^{-1}\langle\mathbf{p}_1\rangle^{-1} = \mathbf{A}_1 \quad \dots (59)$$

$$r_1\mathbf{C}_r\langle\boldsymbol{\theta}_1\rangle^{-1}\langle\mathbf{p}_1\rangle^{-1} = \mathbf{a}_{K1} \quad \dots (60)$$

$$w_1\mathbf{C}_w\langle\boldsymbol{\theta}_1\rangle^{-1}\langle\mathbf{p}_1\rangle^{-1} = \mathbf{a}_{L1} \quad \dots (61)$$

一方で、財価格 \mathbf{p} は次のような一般均衡フィードバックの不動点である。

$$\mathbf{p} = \mathbf{C}(\mathbf{p}, r, w)\langle\boldsymbol{\theta}\rangle^{-1} \quad \dots (62)$$

左辺の \mathbf{p} を右辺の \mathbf{p} に再帰的に代入することによって、(62) 式の不動点を解く。(62) 式は \mathbf{p} に関する収縮写像 (Krasnosel'skiĭ, (1964)) であるので、この計算方法はユニークな不動点 (つまり、均衡価格) にグローバルに収束する。なお、すべての j について $C_j(r, w, p_1, \dots, p_N)$ は単調かつ (r, w, p_1, \dots, p_N) に関して 1 次同次であることから、すべての j についてあるじゅうぶん大きな $k > 1$ で $kp_j > C_j(r, w, p_1, \dots, p_N)$ であり、あるじゅうぶん小さな $1 > l > 0$ で $C_j(r, w, p_1, \dots, p_N) > lp_j$ となるため、(62) 式は収縮写像である。

復元パラメータのもとで、本源的投入物の価格 $(r_0, w_0; r_1, w_1)$ および $\text{TFP}(\boldsymbol{\theta}_0; \boldsymbol{\theta}_1)$ を所与として、 $(\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1)$ は不動点の解にならなくてはならない。これを明示的に表すと、以下の通りである。

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{C}(\mathbf{p}_0, r_0, w_0)\langle\boldsymbol{\theta}_0\rangle^{-1} \quad \dots (63)$$

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{C}(\mathbf{p}_1, r_1, w_1)\langle\boldsymbol{\theta}_1\rangle^{-1} \quad \dots (64)$$

したがって、(56) ~ (61)、(63) および (64) 式により、これらの数値から 2 時点の観測

されるコストシェアの構造（投入係数）、つまり $(\mathbf{A}_0, \mathbf{a}_{K0}, \mathbf{a}_{L0}; \mathbf{A}_1, \mathbf{a}_{K1}, \mathbf{a}_{L1})$ が導かれる。

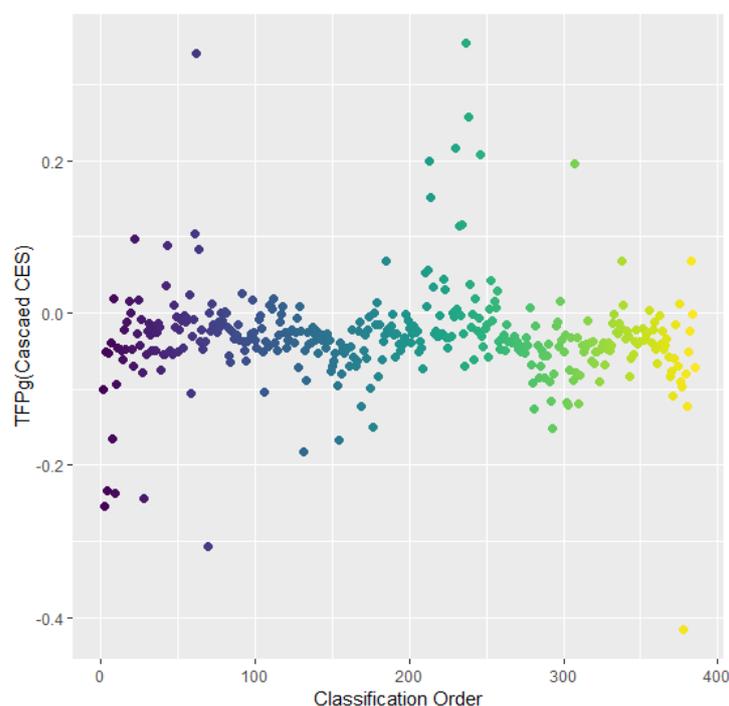
2.7. TFP 成長率

図表 3 は、(47) 式から計測されるカスケード型 CES 関数の場合の TFP 成長率（「2000 年と 2005 年」および「2005 年と 2011 年」のデータの平均から 2 時点のデータを作成し、その 2 時点から 5 年間分の成長率を計測）を産業連関表における産業分類の序列に並べたものである。中野・西村（2018）と同様、産業分類の序列が 264 番以降であるサービス部門（建設部門を含む）のマイナスの幅の方が、概して 33~263 番の製造業部門よりも相対的に大きい。

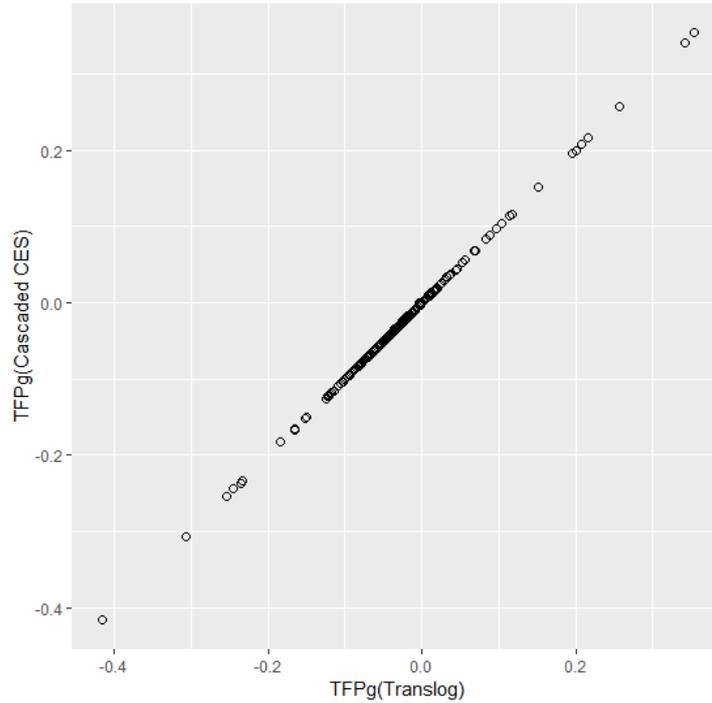
図表 4 は、図表 3 で示したカスケード型 CES 関数の場合の TFP 成長率と、トランスログ関数と統合的なトルンクビスト（Törnqvist）指数の対数値（Diewert（1964））として以下のように計測される TFP 成長率をプロットしたものである。図中の点はいずれもほぼ 45 度線上にあり、2 つの TFP 成長率はほぼ一致することを確認できる。

$$\begin{aligned} \text{TFPg(Translog)} = \sum_{i=1}^N \frac{(a_{i0}+a_{i1})}{2} \ln p_{i1}/p_{i0} + \frac{(a_{K0}+a_{K1})}{2} \ln r_1/r_0 + \frac{(a_{L0}+a_{L1})}{2} \ln w_1/w_0 - \\ \ln p_1/p_0 \quad \dots (65) \end{aligned}$$

図表 3 カスケード型 CES 関数における TFP 成長率
 （「2000 年と 2005 年」および「2005 年と 2011 年」のデータの平均による 2 時点間）



図表 4 カスケード型 CES 関数における TFP 成長率
および Törnqvist 指数の対数值 (トランスログ TFP 成長率)



3. 消費

3.1. 代表的消費者

以下のような効用関数をもつ代表的消費者を考える。

$$U(\mathbf{H}_0, \mathbf{H}_1, \dots) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(\mathbf{H}_t) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\sum_{i=1}^N (\mu_i)^{\frac{1}{1-\lambda}} (H_{it})^{\frac{\lambda}{\lambda-1}} \right)^{\frac{\lambda-1}{\lambda}} \cdot \dots \quad (66)$$

$$\sum_{i=1}^N \mu_i = 1$$

ただし、 H_i は i 財の物的な消費量であり、 μ_i はそのシェアパラメータである。また、 β は時間選好率、 $1 - \lambda$ は代替の弾力性である。

次の予算制約を制約条件とする。

$$B_t + s_t(\rho K_{t+1} - (1 - \delta)\rho K_t) + E_t = w_t L_t + r_t K_t \quad \dots \quad (67)$$

ただし、期首の物的な資本ストックとそれから発生する資本サービスとの間に比例的な関係を想定し、 ρ を物的な資本ストック ρK と資本サービス K 間の変換比率とする。また、 s は

資本財価格であり、 $\delta > 0$ は減耗率である。そして、 B は支出、 E は純輸出を表す。(67) 式は支出と所得とのバランス式であり、 $B_t = \sum_{i=1}^N p_{it} H_{it}$, $E_t = \sum_{i=1}^N E_{it}$, $K_t = \sum_{i=1}^N K_{it}$, $L_t = \sum_{i=1}^N L_{it}$ である。制約 (67) 式のもとで (66) 式を最大化すると、以下のようなオイラー方程式が導出される。

$$\frac{\partial u}{p_{it} \partial H_{it}} = \beta \frac{s_{t+1} \rho (1-\delta) + r_{t+1}}{s_t \rho} \frac{\partial u}{p_{i,t+1} \partial H_{i,t+1}} \quad \dots (68)$$

上記のように u を CES 関数と想定すると、間接効用関数 v は次のようになる。

$$v(p_{1t}, p_{2t}, \dots, p_{Nt}; B_t) = \frac{B_t}{(\sum_{i=1}^N \mu_i (p_{it})^\lambda)^{\frac{1}{\lambda}}} = \frac{B_t}{I(p_t)} \quad \dots (69)$$

ただし、 I は消費者価格指数 (CPI) である。最初の恒等式は次の所得の限界効用に対応する。

$$\frac{\partial v}{\partial B_t} = \frac{\partial u}{p_{it} \partial H_{it}} = \frac{1}{I(p_t)} \quad \dots (70)$$

したがって、(68)、(70) 式より、以下を得る。

$$\beta \frac{s_{t+1} \rho (1-\delta) + r_{t+1}}{s_t \rho} = \frac{I(p_{t+1})}{I(p_t)} \quad \dots (71)$$

3.2. 効用関数の推定

CES 効用関数について、ロワの恒等式は以下を表す。

$$\frac{\partial v}{\partial p_i} / \frac{\partial v}{\partial B} = -y_i = -\frac{B}{\sum_{j=1}^N \mu_j (p_j)^\lambda} \mu_i (p_i)^{\lambda-1} \quad \dots (72)$$

i 財の支出シェアは、(72) 式を書き換えることで得られる。

$$b_i = \frac{p_i H_i}{B} = \frac{\mu_i (p_i)^\lambda}{\sum_{j=1}^N \mu_j (p_j)^\lambda} = \mu_i \left(\frac{p_i}{I(p)} \right)^\lambda \quad \dots (73)$$

(73) 式の対象をとって、回帰式で表記すると、

$$\ln b_{it} = \ln \mu_i - \lambda \ln I_t + \lambda \ln p_{it} + \epsilon_{it} \quad \dots (74)$$

ただし、 t は時間を表す添え字であり、 ϵ_{it} は誤差項である。したがって、 λ は固定効果、あるいは以下のような階差の回帰式によって推定できる。

$$\Delta \ln b_i = -\lambda \Delta \ln I + \lambda \Delta \ln p_i + \Delta \epsilon_i \quad \dots (75)$$

(75) 式を推定する際に、少なくとも 2 つの問題に対応しなくてはならない。1 つは、独立変数 $\Delta \ln p_i$ の内生性であり、もう 1 つは、誤差項 $\Delta \epsilon_i$ の分散不均一の問題である。独立変数の内生性の問題に対しては、カスケード型 CES 関数から計測された部門別生産性成長率 $\Delta \ln \theta_i$ および $\exp(\Delta \ln \theta_i)$ を操作変数として使用する。分散不均一の問題に対しては、 $\frac{1}{(b_{i1})^2} + \frac{1}{(b_{i0})^2}$ をウェイトとして用い、加重二段階最小二乗法による推定を行う。推定結果は、以下の通りである（括弧内の数値は標準誤差を表す）。

$$\Delta \ln b_i = 0.00561 + 1.09631 \Delta \ln p_i \quad \dots (76)$$

$$(0.00850) \quad (0.35218)$$

弱操作変数については、第 1 段階推定の F 値が大きく ($F(2,265) = 119.57$)、過剰識別検定については、Sagan $\chi^2(1) = 0.2917$, Basmann $\chi^2(1) = 0.2887$ となっており、選択した操作変数は適切であると考えられる。そのうえで内生性の検定を行うと、独立変数の内生性が確認される (Durbin $\chi^2(1) = 10.5032$, Wu – Hausman $F(1,265) = 10.8093$)。

ここでは、 $t=1$ 時点の価格を基準化し、 $p_{11} = \dots = p_{N1} = w_1 = r_1 = 1$ とする。このとき、 $\sum_{i=1}^N \mu_i = 1$ より、 λ の値に関わらず消費者物価指数も $I = 1$ のように基準化される。(73) 式より、すべての j について $\mu_j = b_{j1}$ であることがわかっているため、推定された λ を使って物価指数の関数は以下ようになる。

$$I(\mathbf{p}) = (b_{11}(p_1)^\lambda + \dots + b_{N1}(p_N)^\lambda)^{\frac{1}{\lambda}} \quad \dots (77)$$

4. シミュレーション

4.1. 新たな均衡と厚生

$t = 0, 1$ 時点における代表的家計の予算制約は、次の通りである。

$$B_0 + s_0(\rho K_1 - (1 - \delta)\rho K_0) + E_0 = w_0 L_0 + r_0 K_0 \quad \dots (78)$$

$$B_1 + s_1(\rho K_2 - (1 - \delta)\rho K_1) + E_1 = w_1 L_1 + r_1 K_1 \quad \dots (79)$$

産業連関表と対応させると、(78)、(79) 式の右辺は付加価値、左辺は最終需要である。左辺の第 2 項は、固定資本形成である。 δ は、Nomura and Suga (2018) より 5 年間の資本減耗率 $\delta = 1 - (1 - 0.125)^5$ を用いる。(78) 式の左辺に δ を与えれば、 $s_0\rho$ 以外の変数は観測されるため、 $s_0\rho$ が決定される。一方、 $t=0,1$ とすると、一階の条件 (71) 式は次のようになる。

$$\beta \frac{s_1\rho(1-\delta)+r_1}{s_0\rho} = \frac{I(\mathbf{p}_1)}{I(\mathbf{p}_0)} \quad \dots (80)$$

(80) 式において、Kawasaki et al. (2001) や Ida and Goto (2009) を参考に 5 年間の時間選好率を $\beta = (1 - 0.03)^5$ と想定し、 $s_1\rho$ を評価する。

生産性が θ' に変化すると (プライムで表現する)、 $t=1$ 時点で異なる均衡を得る。新たな均衡価格は、以下の方程式体系の不動点として特定される。

$$\mathbf{p}'_1 = \mathbf{C}(\mathbf{p}'_1, r_1, w_1)(\theta'_1)^{-1} \quad \dots (81)$$

このとき、新たな一階の条件は、次の通りである。

$$\beta \frac{s'_1\rho(1-\delta)+r'_1}{s_0\rho} = \frac{I(\mathbf{p}'_1)}{I(\mathbf{p}_0)} \quad \dots (82)$$

本研究では、資本のサービス価格を外生変数として時点 $t=1$ で変化しないと想定したため、 $r'_1 = r_1$ 。このとき、(80)、(82) 式から次式を得る。

$$\frac{s'_1\rho(1-\delta)+r_1}{s_1\rho(1-\delta)+r_1} = \frac{I(\mathbf{p}'_1)}{I(\mathbf{p}_1)} \quad \dots (83)$$

したがって、(81)、(83) 式より、 $s'_1\rho$ が評価される。すべての家計の予算制約は、次の通りである。

$$B'_1 + s'_1(\rho K'_2 - (1 - \delta)\rho K_1) + E_1 = w_1 L'_1 + r_1 K_1 \quad \dots (84)$$

投資の価格弾力性 φ が不変であると仮定すると、以下を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\Delta K_1 - \Delta K_0}{s_1 \rho - s_0 \rho} \frac{s_0 \rho}{\Delta K_0} &= \frac{(K_2 - (1 - \delta)K_1) - (K_1 - (1 - \delta)K_0)}{s_1 \rho - s_0 \rho} \frac{s_0 \rho}{K_1 - (1 - \delta)K_0} = \varphi \\ &= \frac{(K'_2 - (1 - \delta)K_1) - (K_1 - (1 - \delta)K_0)}{s'_1 \rho - s_0 \rho} \frac{s_0 \rho}{K_1 - (1 - \delta)K_0} \end{aligned} \quad \dots (85)$$

期首の資本ストックから発生する資本サービス投入 K_1 は新たな生産性のもとでも変化しないと仮定するが、財価格の変化にともなう労働のコストシェアの変化および産出の変化によって労働投入 L_1 は変化する。ただし、(86) 式の Y'_{i1} の初期値として、観測される Y_{i1} を用いている。

$$L'_1 = \sum_{i=1}^N a'_{Li1} Y'_{i1} \quad \dots (86)$$

$$a'_{L1} = w_1 C_w (\theta'_1)^{-1} (p'_1)^{-1} \quad \dots (87)$$

$s'_1 \rho, K'_2 - (1 - \delta)K_1, L'_1$ および (85) ~ (87) 式を用いて (84) 式より B'_1 を評価する。

部門別の産出 y'_{i1} を求めるために、(84) 式の左辺である最終需要を部門別に分割する。 B'_1 は、(73) 式のコストシェアによって部門別に分割できる。また、 $s'_1(\rho K'_2 - (1 - \delta)\rho K_1)$ は、産業連関表の総固定資本形成の部門別構成比が一定であると仮定することによって、部門別に分割する。 E_1 は、外生変数であり、産業連関表の部門別価額をそのまま用いる。これら 3 つの部門別最終需要を合計したものを f'_1 にレオンティエフ逆行列を乗じることによって、部門別の産出 Y'_1 が求まる。

$$Y'_1 = (I - A'_1)^{-1} f'_1 \quad \dots (88)$$

Y'_{i1} を (86) 式に代入し、 L'_1 を求める。 L'_1 の変化は、(84) 式の右辺を変化させるため、左辺の最終需要が変化し、結果として (88) 式より Y'_{i1} も変化する。そのため、最終需要が収束するまで繰り返し計算を行い、 L'_1 と B'_1 を求める。収束後の L'_1 より、労働投入の変化 ΔL を評価することができる。また、収束後の B'_1 より、厚生の変化 Δv を計測することができる。

$$\Delta L = L'_1 - L_1 \quad \dots (89)$$

$$\Delta v = v'_1 - v_1 = \frac{B'_1}{I(p'_1)} - \frac{B_1}{I(p_1)} \quad \dots (90)$$

4.2. 生産性ショック

本研究では、イノベーションの 1 つの成果として、仮想的に投入が不変でも産出が 1 億

円増えるような生産性ショックを各部門に与え、予測される構造変革の観点から労働投入および厚生がどの程度変化するかを確認する。 $t=1$ 時点における、ある k 部門の生産性ショックを含む新たな生産性は、 $\theta'_1(k)$ として以下のように表される。

$$\theta'_1(k) = (\theta_{11}, \dots, \theta'_{k1}, \dots, \theta_{N1}), \quad \theta'_{k1} = \theta_{k1} \left(\frac{p_{k1}Y_{k1+1} \text{ 億円}}{p_{k1}Y_{k1}} \right) \dots (91)$$

ただし、 $p_{k1}Y_{k1}$ は $t=1$ 時点における k 部門の産出価額（名目の産出）である。(89) 式より、生産性ショックによる労働投入の変化を評価する。また、(90) 式より、生産性ショックによる厚生の変化を評価する。

$$\Delta L(k) = L'_1(k) - L_1 \dots (92)$$

$$\Delta v(k) = \frac{B'_1(k)}{I(\mathbf{p}'_1(k))} - \frac{B_1}{I(\mathbf{p}_1)} \dots (93)$$

$$\mathbf{p}'_1(k) = \mathbf{C}(\mathbf{p}'_1(k), r_1, w_1) \langle \theta'_1(k) \rangle^{-1} \dots (94)$$

ただし、 $L'_1(k)$ は $\theta'_1(k)$ のもとで評価される新たな労働投入 L'_1 であり、 $B'_1(k)$ は $\theta'_1(k)$ のもとで評価される新たな予算 B'_1 である。

$\theta'_1(k)$ の労働投入に与える影響を評価するために、(95) 式のような弾力性の指標 $Ell(k)$ (k 部門の生産性が 1%上昇すると労働投入は何%変化するか) を算出する。また、 $\theta'_1(k)$ の厚生評価のために、生産性ショックを与える前の価格で評価した $I(\mathbf{p}_1)\Delta v(k)$ に労働費用の節約分 $-w_1\Delta L(k)$ を合計したものを時間選好率 β で現在価値に割り引き、(96) 式のような効率性の指標 $Efv(k)$ を算出する。

$$Ell(k) = \frac{\Delta L(k)/L_1}{1 \text{ 億円}/Z_1} \dots (95)$$

$$Efv(k) = \frac{(I(\mathbf{p}_1)\Delta v(k) - w_1\Delta L(k)) \frac{1}{1-\beta}}{1 \text{ 億円}} \dots (96)$$

すべての $k=1, \dots, N$ について、個々の部門に生産性ショックを与え、 $Ell(k)$ および $Efv(k)$ を計算する。

図表 5 は、弾力性 $Ell(k)$ の小さい（負の方向に大きい）、つまり生産性の上昇による労働投入の減少率が高い 50 部門を抽出したものである。なお、すべての部門の $Ell(k)$ については、付表を参照されたい。当該部門の生産性が上昇した場合に、一国全体の労働投入が減少する程度がもっとも大きいのは、貸自動車業（弾力性は -1.371 ）である。貸自動車業は

三角化の序列では5番目であり、上流に位置する部門である。同様に、情報通信（固定電気通信、移動電気通信、その他の電気通信、映像・音声・文字情報制作業、情報サービス）、対事業所サービス（労働者派遣サービス、広告、自動車整備、機械修理）、運輸（道路貨物輸送、道路輸送施設提供、ハイヤー・タクシー、バス）、商業（小売）、廃棄物処理（産業）、建設補修などといった、上流に位置する、つまり多くの部門で中間財として投入されるサービス業部門が労働投入の減少率が高い上位部門に入っている。一方で、三角化の序列では上流（特用林産物（狩猟業を含む。）、その他の木製品、洋紙・和紙など）、中間（紙製衛生材料・用品、その他の電気機械器具、合成ゴム、板ガラス・安全ガラスなど）および下流（がん具、ビール類、乗用車など）に位置する製造業部門、および下流に位置する専門的なサービス業部門（飲食サービス、学校教育（私立）、生命保険、医療（入院外・入院診療）など）も、労働投入の減少率が高い上位部門に含まれている。

図表5 生産性の上昇に対する労働投入の弾力性
(労働投入の減少率の高い50部門、単位：%)

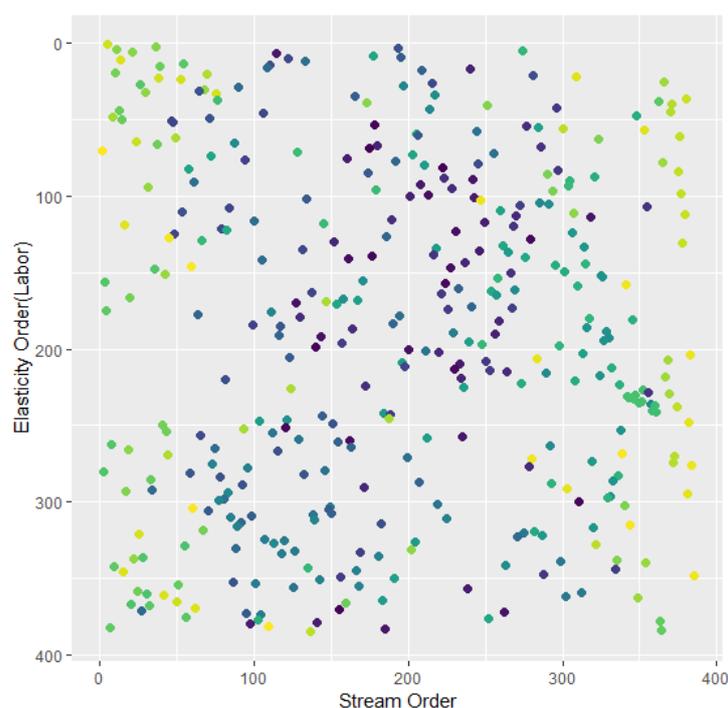
部門名	弾力性	部門名	弾力性
1 貸自動車業	-1.37104	26 木材チップ	-0.00714
2 固定電気通信	-0.38905	27 廃棄物処理（産業）	-0.00714
3 紙製衛生材料・用品	-0.28373	28 建築用金属製品	-0.00675
4 移動電気通信	-0.11774	29 プラスチック製品	-0.00608
5 がん具	-0.10910	30 映像・音声・文字情報制作業	-0.00594
6 その他の電気通信	-0.09670	31 印刷・製版・製本	-0.00593
7 特用林産物（狩猟業を含む。）	-0.09611	32 情報サービス	-0.00577
8 その他の電気機械器具	-0.08844	33 機械修理	-0.00573
9 合成ゴム	-0.07693	34 ポンプ・圧縮機	-0.00531
10 その他の木製品	-0.06961	35 熱硬化性樹脂	-0.00476
11 労働者派遣サービス	-0.06136	36 対家計民間非営利団体（別掲を除く。）★	-0.00438
12 板ガラス・安全ガラス	-0.03994	37 建設補修	-0.00434
13 小売	-0.03893	38 生命保険	-0.00423
14 洋紙・和紙	-0.03772	39 その他の通信サービス	-0.00399
15 道路貨物輸送（自家輸送を除く。）	-0.03445	40 医療（入院外診療）	-0.00360
16 ゼラチン・接着剤	-0.02179	41 旅行・その他の運輸附帯サービス	-0.00326
17 塩・干・くん製品	-0.02115	42 ビール類	-0.00325
18 医薬品	-0.02106	43 ガス・石油機器・暖房機器	-0.00311
19 道路輸送施設提供	-0.01896	44 ハイヤー・タクシー	-0.00301
20 企業内研究開発	-0.01737	45 医療（入院診療）	-0.00300
21 パルプ	-0.01510	46 製材	-0.00300
22 飲食サービス	-0.01495	47 乗用車	-0.00281
23 広告	-0.01281	48 その他の教育訓練機関（産業）	-0.00276
24 自動車整備	-0.01250	49 ソーダ工業製品	-0.00260
25 学校教育（私立）★	-0.00978	50 バス	-0.00254

注1) 生産性上昇による労働投入の弾力性が小さいほど（負の方向に大きいほど）上位としている。

注2) ★は、生産活動の主体が対家計民間非営利サービス生産者であることを示す。

また、図表 6 では、この弾力性の序列（Elasticity order：弾力性が小さいほど（負の方向に大きいほど）上位としている）と三角化の序列を軸として各部門をプロットしている。なお、色は産業分類の序列を示しており、色が濃いほど第 1 次産業、薄いほど第 3 次産業を表し、中間の色が第 2 次産業である（図表 2 あるいは 3 を参照のこと）。図表中の点は、縦軸方向にも横軸方向にも散らばっており、この 2 軸では傾向は確認されない。産業分類で見ても、図表中の特定の部分に集中していない。図表 5 においても、弾力性の序列の上位を構成する部門は、必ずしも三角化の序列の上位部門とは限らず、また産業分類も多岐にわたっていた。したがって、図表 6 は、すべての部門についても図表 5 と同様の状況であることを示している。

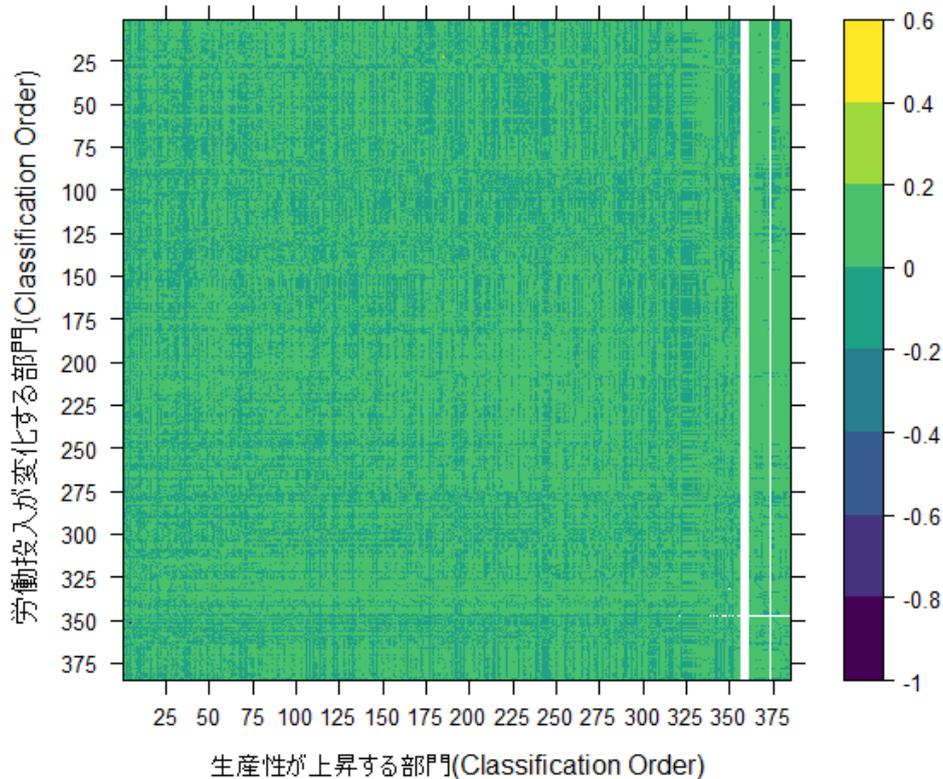
図表 6 弾力性の序列と三角化の序列との対応



注) 弾力性の序列とは、生産性上昇による労働投入の弾力性が小さいほど（負の方向に大きいほど）上位として並べたものである。

図表 7 は、横軸に生産性を上昇させる部門を、縦軸にその結果として労働投入に影響を受ける部門をそれぞれとって、横軸の部門の生産性上昇に対する部門別の労働投入の弾力性（一国全体の労働投入計に対する変化率）を示したものである。図表 7 において生産性を上昇させたある部門 W の 1 列を抽出すると、その 1 列の各要素は W の生産性上昇によって W を含む各部門の労働投入がどの程度変化するかを示している。いずれの部門の生産性上昇の影響を見ても労働投入の弾力性は、概ね $\pm 0.2\%$ に分布している。

図表 7 生産性の上昇に対する労働投入の弾力性の部門別内訳 (単位: %)



注 1) 生産性ショックを与える前の労働投入計に対する変化率

注 2) 図中の白抜き部門は、労働投入が変化しないことを表す。

図表 5 で労働投入の減少率の高い部門として挙げられている小売部門を例として部門別内訳を確認する。図表 8 は、小売部門の生産性が 1% 上昇した場合の労働投入の弾力性 (一国全体の労働投入計に対する変化率を部門別に分解したもの) の大小それぞれ上位 30 部門を抽出したものである (すなわち、図表 7 の小売部門の列を抜き出してソートしたものである)。労働投入の弾力性が小さい、つまり減少率が高くなるのは自部門である「小売 (-0.0832%)」であり、「パルプ (-0.0009%)」、「建物サービス (-0.0008%)」、「法務・財務・会計サービス (-0.0007%)」、「石炭・原油・天然ガス (-0.0007%)」が続いている。一方、労働投入の弾力性が高い、つまり増加率が高くなるのは「印刷・製版・製本 (0.0065%)」であり、「道路貨物輸送 (自家輸送を除く。) (0.0048%)」、「卸売 (0.0038%)」、「非住宅建築 (非木造) (0.0018%)」、「住宅建築 (木造) (0.0015%)」が続く。

図表8 小売部門の生産性上昇に伴う労働投入の弾力性の部門別内訳
(労働投入の減少率および増加率上位30部門、単位：%)

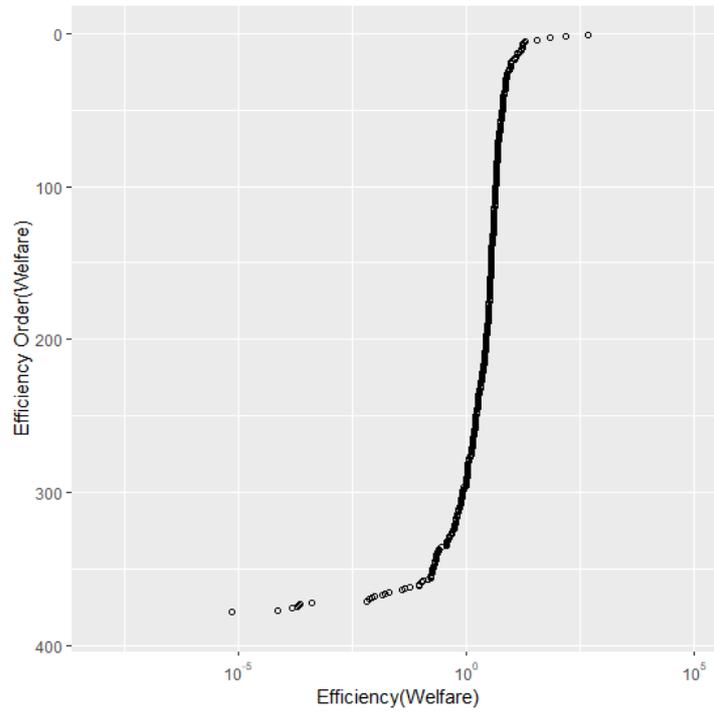
	減少率上位30部門		増加率上位30部門	
1	小売	-0.0832	印刷・製版・製本	0.0065
2	パルプ	-0.0009	道路貨物輸送（自家輸送を除く。）	0.0048
3	建物サービス	-0.0008	卸売	0.0038
4	法務・財務・会計サービス	-0.0007	非住宅建築（非木造）	0.0018
5	石炭・原油・天然ガス	-0.0007	住宅建築（木造）	0.0015
6	洋紙・和紙	-0.0006	住宅建築（非木造）	0.0014
7	その他の対事業所サービス	-0.0005	飲食サービス	0.0014
8	広告	-0.0004	道路関係公共事業	0.0013
9	不動産仲介・管理業	-0.0003	社会福祉（非営利）★	0.0010
10	事業用電力	-0.0003	野菜	0.0010
11	不動産賃貸業	-0.0003	公務（地方）★★	0.0010
12	新聞	-0.0003	河川・下水道・その他の公共事業	0.0009
13	自家発電	-0.0002	その他のパルプ・紙・紙加工品	0.0008
14	筆記具・文具	-0.0002	その他の電子部品	0.0008
15	そう菜・すし・弁当	-0.0002	その他の土木建設	0.0006
16	労働者派遣サービス	-0.0002	自動車整備	0.0006
17	インターネット附随サービス	-0.0002	身辺細貨品	0.0006
18	トラック・バス・その他の自動車	-0.0002	学校教育（国公立）★★	0.0005
19	木材チップ	-0.0002	生命保険	0.0005
20	段ボール箱	-0.0002	自動車部品	0.0005
21	バス	-0.0002	冠婚葬祭業	0.0004
22	建設補修	-0.0002	宿泊業	0.0004
23	貸自動車業	-0.0001	対家計民間非営利団体（別掲を除く。）★	0.0004
24	都市ガス	-0.0001	プラスチック製品	0.0004
25	企業内研究開発	-0.0001	自然科学研究機関（国公立）★★	0.0004
26	素材	-0.0001	倉庫	0.0004
27	映像・音声・文字情報制作業	-0.0001	土木建築サービス	0.0004
28	育林	-0.0001	下水道★★	0.0004
29	保健衛生（産業）	-0.0001	織物製衣服	0.0004
30	紙製衛生材料・用品	-0.0001	自然科学研究機関（産業）	0.0004

注1) 生産性ショックを与える前の労働投入計に対する変化率

注2) ★および★★は、生産活動の主体がそれぞれ対家計民間非営利サービス生産者および政府サービス生産者であることを示す。

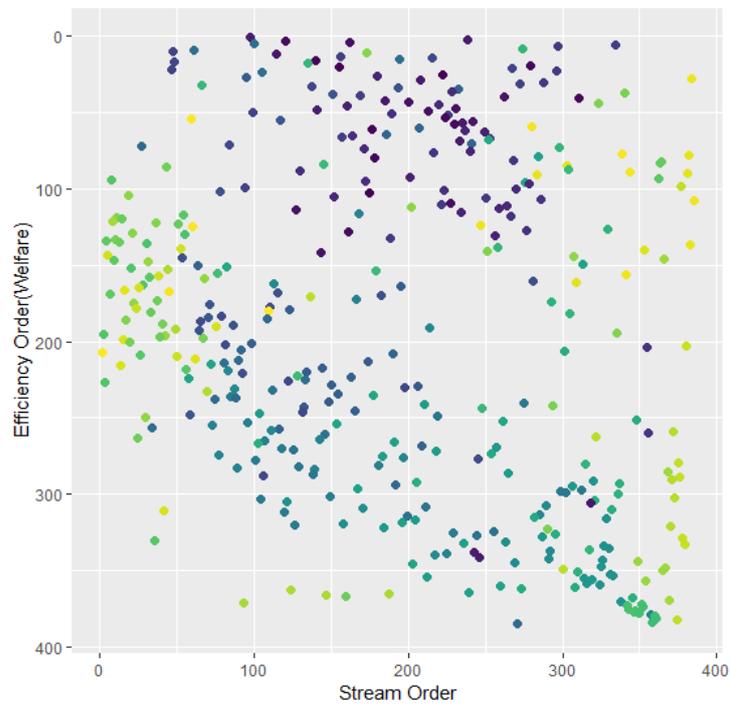
図表9は、すべての $k = 1, \dots, N$ について、 $Efv(k)$ を対数に変換したものを降順で並べている。また図表10では、この効率性の序列（Efficiency order）と三角化の序列を軸として各部門をプロットしている。なお、図表6同様、色は産業分類の序列を示している。この図表を観察すると、2つのクラスターがあるように見える。効率性の高い部門（たとえば、石炭・原油・天然ガス、金属鉱物、その他の食用耕種作物など）のクラスターは、産業分類で言うと1次産業（濃い色）が多いようである。もう1つのクラスターは、図の左下に位置している。これに属する部門は、産業分類では2次および3次産業が多い傾向がある。三角化の序列で見ると、上流の部門の効率が大きく、下流の部門の効率は低い。

図表 9 効率性の序列と効率性



注) 効率性の序列とは、生産性上昇による厚生の変化が大きいほど上位として並べたものである。

図表 10 効率性の序列と三角化の序列との対応



注) 効率性の序列とは、生産性上昇による厚生の変化が大きいほど上位として並べたものである。

おわりに

本研究では、中野・西村（2018）および Nakano and Nishimura（2018）のカスケード型 CES 関数を構造変革と動的計画法の観点から再解釈・再構成し、消費者行動を内生化することによって、非常に詳細な産業部門分類のもとで生産性の上昇が労働投入（労働需要）に与える影響を評価可能な一般均衡モデルを精緻化した。生産性の上昇に対する労働投入の弾力性が小さい（負の方向に大きな）部門は、中野・西村（2018）では上流に位置するサービス産業部門がほとんどであったのに対し、本研究のシミュレーションでは中・下流に位置する部門や製造業部門も含まれることが明らかになった。

ただし、モデルの精緻化はいまだ一部に留まっている。たとえば、本研究によって財・サービスの消費行動は内生化されているが、余暇時間の消費行動はそれに含まれていない。消費者の時間配分を考えた場合、余暇時間の決定は裏を返せば労働時間の決定であるため、労働供給行動が内生化されていないことになる。したがって、消費者の効用関数に余暇時間を含む形でモデル化し、労働供給、労働市場を内生化することが、今後優先的に対処したい課題である。

補論

一般的なカスケード型（直列入れ子型）関数における異なる要素投入間の代替弾力性を考えてみよう⁷。 $i > k > l$ とし、 p_k と p_l によって本文の（26）式を偏微分すると、

$$\frac{\partial C}{\partial p_k} = \frac{\partial C}{\partial \Pi_N} \dots \frac{\partial \Pi_{i+1}}{\partial \Pi_i} \frac{\partial \Pi_i}{\partial \Pi_{i-1}} \dots \frac{\partial \Pi_{k+1}}{\partial p_k} \dots \quad (\text{A1})$$

$$\frac{\partial C}{\partial p_l} = \frac{\partial C}{\partial \Pi_N} \dots \frac{\partial \Pi_{i+1}}{\partial \Pi_i} \frac{\partial \Pi_i}{\partial \Pi_{i-1}} \dots \frac{\partial \Pi_{k+1}}{\partial \Pi_k} \frac{\partial \Pi_k}{\partial \Pi_{k-1}} \dots \frac{\partial \Pi_{l+1}}{\partial p_l} \dots \quad (\text{A2})$$

さらに、 p_i によって偏微分すると、以下のようなになる。

$$\frac{\partial^2 C}{\partial p_k \partial p_i} = \frac{\partial}{\partial p_i} \left(\frac{\partial C}{\partial \Pi_N} \dots \frac{\partial \Pi_{i+1}}{\partial \Pi_i} \right) \frac{\partial \Pi_i}{\partial \Pi_{i-1}} \dots \frac{\partial \Pi_{k+1}}{\partial p_k} \dots \quad (\text{A3})$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial p_l \partial p_i} = \frac{\partial}{\partial p_i} \left(\frac{\partial C}{\partial \Pi_N} \dots \frac{\partial \Pi_{i+1}}{\partial \Pi_i} \right) \frac{\partial \Pi_i}{\partial \Pi_{i-1}} \dots \frac{\partial \Pi_{k+1}}{\partial \Pi_k} \frac{\partial \Pi_k}{\partial \Pi_{k-1}} \dots \frac{\partial \Pi_{l+1}}{\partial p_l} \dots \quad (\text{A4})$$

このとき、

⁷ アレン＝宇沢および森嶋の代替弾力性の関係は、Blackorby and Russell（1989）で詳細に議論されている。

$$\frac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_k \partial p_i}}{\frac{\partial C}{\partial p_k}} = \frac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_l \partial p_i}}{\frac{\partial C}{\partial p_l}} = \left(\frac{\partial C}{\partial \Pi_N} \dots \frac{\partial \Pi_{i+1}}{\partial \Pi_i} \right)^{-1} \frac{\partial}{\partial p_i} \left(\frac{\partial C_N}{\partial \Pi_N} \dots \frac{\partial \Pi_{i+1}}{\partial \Pi_i} \right) \dots \quad (A5)$$

ペアになる要素の入れ子が内側にある限り（つまり、 $i > k, l$ ）、(A5) 式は入れ子 i のみに依存する。したがって、入れ子 i と k と l のような i の内側にある入れ子との間のアレン＝宇沢の代替弾力性（AUES、 η^{AU} で表す）は、 i のみに依存して決まる。つまり、

$$\frac{\frac{C}{\frac{\partial C}{\partial p_i}} \frac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_k \partial p_i}}{\frac{\partial C}{\partial p_k}}}{\frac{\partial C}{\partial p_i}} = \eta_{ik}^{AU} = \frac{C}{\frac{\partial C}{\partial p_i}} \frac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_l \partial p_i}}{\frac{\partial C}{\partial p_l}} = \eta_{il}^{AU} = \eta_i^{AU}, \quad i > k, l \quad \dots \quad (A6)$$

このように、ある投入物とその内側の入れ子の投入物との AUES は等しいが、ある投入物とその外側の入れ子の投入物との AUES は必ずしも等しくない。付表 A-1 では、4 個の入れ子、5 個の投入物の場合について、等しい AUES に同じ色をつけている。

付表 A-1 カスケード型 CES 関数の AUES ($N=4$)

	4	3	2	1	0
4	—	$1-\gamma_4$	$1-\gamma_4$	$1-\gamma_4$	$1-\gamma_4$
3	$1-\gamma_4$	—	η_3	η_3	η_3
2	$1-\gamma_4$	η_3	—	η_2	η_2
1	$1-\gamma_4$	η_3	η_2	—	η_1
0	$1-\gamma_4$	η_3	η_2	η_1	—

AUES は 2 要素の代替弾力性を多要素に一般化したものであるが、森嶋の代替弾力性（MoES、 η^{Mo} で表す）はオリジナルの代替弾力性の概念を多要素に一般化したものである。MoES は AUES によって次のように定義される。

$$\eta_{ij}^{Mo} = a_j (\eta_{ij}^{AU} - \eta_{jj}^{AU}) \quad \dots \quad (A7)$$

ここで、 a_j は j 番目の要素のコストシェアである。AUES は対称（つまり、 $\eta_{ij}^{AU} = \eta_{ji}^{AU}$, $i \neq j$ ）であるが、MoES は必ずしも対称ではない。したがって、(A6) 式より、AUES は基準となる入れ子の投入物に対し、すべての内側にある入れ子の投入物について等しくなる。つまり、 $i > j$ のとき $\eta_{ij}^{AU} = \eta_i^{AU}$ であり、 $i < j$ のとき $\eta_{ij}^{AU} = \eta_j^{AU}$ である。これより、カスケード型（直列入れ子）関数についての MoES は、以下のように表される。

$$\eta_{ij}^{Mo} = a_j (\eta_{ij}^{AU} - \eta_{jj}^{AU}) = a_j (\eta_i^{AU} - \eta_{jj}^{AU}), \quad i > j \quad \dots \quad (A8)$$

$$\eta_{ij}^{\text{Mo}} = a_j(\eta_{ij}^{\text{AU}} - \eta_{jj}^{\text{AU}}) = a_j(\eta_j^{\text{AU}} - \eta_{jj}^{\text{AU}}) = \eta_j^{\text{Mo}}, \quad j > i$$

付表 A-2 では、4 個の入れ子、5 個の投入物の場合について、等しい MoES に同じ色をつけている。

付表 A-2 カスケード型 CES 関数の MoES ($N=4$)

	4	3	2	1	0
4	—	η_{43}	η_{42}	η_{41}	η_{40}
3	$1-\gamma_4$	—	η_{32}	η_{31}	η_{30}
2	$1-\gamma_4$	$1-\gamma_3$	—	η_{21}	η_{20}
1	$1-\gamma_4$	$1-\gamma_3$	$1-\gamma_2$	—	η_{10}
0	$1-\gamma_4$	$1-\gamma_3$	$1-\gamma_2$	$1-\gamma_1$	—

ここから、カスケード型 CES 関数の代替弾力性について考えてみよう。簡便化のため、 n 番目の入れ子に焦点を当て、次のように単位費用関数を表記する。

$$p = C(q_n) \quad \dots (A9)$$

$$q_n = (\Pi_{n+1})^{\gamma_n} = \alpha_n(p_n)^{\gamma_n} + (1 - \alpha_n)(\Pi_n)^{\gamma_n}$$

ただし、 $n = 1, \dots, N$ および $\Pi_1 = p_0$ 。 q_n は、 n 番目の複合財価格 (n 番目に組み合わせられた財の価格) を γ_n 乗したものである。また、入れ子 n よりも外側の要素価格など残りの変数は C に含まれている。後の簡便性のため、最後の入れ子 $n = N$ において以下が成立しなくてはならないことに触れておく。

$$C(q_N) = \theta^{-1}(q_N)^{1/\gamma_N} \quad \dots (A10)$$

入れ子の投入物 n と $n-1$ 間の代替弾力性を検証するための主要な偏導関数は以下の通りである。

$$\frac{\partial C}{\partial p_n} = C' \alpha_n \gamma_n (p_n)^{\gamma_n - 1} \quad \dots (A11)$$

$$\frac{\partial C}{\partial p_{n-1}} = C' \alpha_{n-1} (1 - \alpha_n) \gamma_n (p_{n-1})^{\gamma_n - 1} (\Pi_n)^{\gamma_n - \gamma_{n-1}} \quad \dots (A12)$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial p_n \partial p_{n-1}} = C'' \alpha_n \alpha_{n-1} (1 - \alpha_n) (\gamma_n)^2 (p_n)^{\gamma_n - 1} (p_{n-1})^{\gamma_n - 1} (\Pi_n)^{\gamma_n - \gamma_{n-1}} \quad \dots (A13)$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial p_n^2} = \alpha_n \gamma_n (p_n)^{\gamma_n - 1} (C'' \alpha_n \gamma_n (p_n)^{\gamma_n - 1} + C' (\gamma_n - 1) (p_n)^{-1}) \quad \dots \quad (\text{A14})$$

したがって、カスケード型 CES 関数において n に対する $n-1$ の AUES は、次のように評価される。

$$\eta_{n-1,n}^{\text{AU}} = \frac{C}{\frac{\partial C}{\partial p_n}} \frac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_n \partial p_{n-1}}}{\frac{\partial C}{\partial p_{n-1}}} = \frac{C}{C'} \frac{C''}{C'} \quad \dots \quad (\text{A15})$$

カスケード型 CES 関数の AUES は、 i 番目、および結果としてその内側の入れ子の要素価格によって変化する。ただし、最後の入れ子は例外であり、(A10) 式より以下を得る。

$$\eta_{N-1,N}^{\text{AU}} = \frac{C}{C'} \frac{C''}{C'} = \frac{(q_N)^{1/\gamma_N}}{\gamma_N} \frac{\frac{(\frac{1-\gamma_N}{\gamma_N})(q_N)^{-2+1/\gamma_N}}{\gamma_N}}{\frac{(q_N)^{-1+1/\gamma_N}}{\gamma_N}} = 1 - \gamma_N \quad \dots \quad (\text{A16})$$

図表 A-1 において、(A6) および (A16) 式によって AUES を整理する。代替弾力性が最後の投入物に対して評価される時、代替弾力性は対称であり、内側の入れ子にある投入物間で等しく、そして最後のパラメータ $1 - \gamma_N$ と等しくなる。

n に対する $n-1$ の MoES は、次のように表される。

$$\begin{aligned} \eta_{n-1,n}^{\text{Mo}} &= a_n (\eta_{n-1,n}^{\text{AU}} - \eta_{nn}^{\text{AU}}) = \frac{\partial C}{\partial p_n} \frac{p_n}{C} \left(\frac{C}{\frac{\partial C}{\partial p_n}} \frac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_n \partial p_{n-1}}}{\frac{\partial C}{\partial p_{n-1}}} - \frac{C}{\frac{\partial C}{\partial p_n}} \frac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_n^2}}{\frac{\partial C}{\partial p_n}} \right) = p_n \left(\frac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_n \partial p_{n-1}}}{\frac{\partial C}{\partial p_{n-1}}} - \frac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_n^2}}{\frac{\partial C}{\partial p_n}} \right) \\ &= p_n \left(\frac{C'' \alpha_n \gamma_n (p_n)^{\gamma_n - 1}}{C'} - \frac{C'' \alpha_n \gamma_n (p_n)^{\gamma_n - 1} + C' (\gamma_n - 1) (p_n)^{-1}}{C'} \right) = 1 - \gamma_n \quad \dots \quad (\text{A17}) \end{aligned}$$

(A17) 式より、背中合わせの内側の入れ子の投入物に対する、ある入れ子の投入物の MoES は、当該入れ子の CES 弾力性パラメータで一定である。同時に、(A8) 式より、入れ子の投入物の MoES は、どの内側の入れ子の投入物に対しても等しい。したがって、どの内側の入れ子の投入物に対する、ある入れ子の投入物の MoES も、当該入れ子の CES 弾力性パラメータで一定である。付表 A-2 では、カスケード型 CES 関数の MoES を整理している。

最後に、 $\eta_{10}^{\text{Mo}} = \eta_{01}^{\text{Mo}} = 1 - \gamma_1$ であることを示す。以下は、 $\Pi_1 = p_0$ を所与として、核となる入れ子の MoES を評価するための偏導関数である。

$$\frac{\partial C}{\partial p_1} = C' \alpha_1 \gamma_1 (p_1)^{\gamma_1 - 1} \quad \cdot \cdot \cdot \quad (\text{A18})$$

$$\frac{\partial C}{\partial p_0} = C' (1 - \alpha_1) \gamma_1 (p_0)^{\gamma_1 - 1} \quad \cdot \cdot \cdot \quad (\text{A19})$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial p_1 \partial p_0} = C'' \alpha_1 (1 - \alpha_1) (\gamma_1)^2 (p_1)^{\gamma_1 - 1} (p_0)^{\gamma_1 - 1} \quad \cdot \cdot \cdot \quad (\text{A20})$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial p_0^2} = (1 - \alpha_1) \gamma_1 (p_0)^{\gamma_1 - 1} (C'' (1 - \alpha_1) \gamma_1 (p_0)^{\gamma_1 - 1} + C' (\gamma_1 - 1) (p_0)^{-1}) \quad \cdot \cdot \cdot \quad (\text{A21})$$

(A18) ~ (A21) 式より、以下を得る。

$$\begin{aligned} \eta_{10}^{\text{Mo}} &= \frac{\partial C}{\partial p_0} p_0 \left(\frac{C}{\frac{\partial C}{\partial p_0}} \frac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_0 \partial p_1}}{\frac{\partial C}{\partial p_1}} - \frac{C}{\frac{\partial C}{\partial p_0}} \frac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_0^2}}{\frac{\partial C}{\partial p_0}} \right) = p_0 \left(\frac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_0 \partial p_1}}{\frac{\partial C}{\partial p_1}} - \frac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_0^2}}{\frac{\partial C}{\partial p_0}} \right) = p_0 \left(\frac{C'' (1 - \alpha_1) \gamma_1 (p_0)^{\gamma_1 - 1}}{C'} - \right. \\ &\quad \left. \frac{C'' (1 - \alpha_1) \gamma_1 (p_0)^{\gamma_1 - 1} + C' (\gamma_1 - 1) (p_0)^{-1}}{C'} \right) = 1 - \gamma_1 \quad \cdot \cdot \cdot \quad (\text{A22}) \end{aligned}$$

参考文献

- Alvarez-Cuadrado, F., Long, N.V. and Poschke, M. (2018) Capital-labor substitution, structural change and the labor income share, *Journal of Economic Dynamics and Control* 87, 206 – 231.
- Antràs, P. (2004) Is the U.S. aggregate production function Cobb-Douglas? New estimates of the elasticity of substitution, *Contributions in Macroeconomics* 4, 67 – 69.
- Arrow, K.J., Chenery, H.B., Minhas, B.S. and Solow, R.M. (1961) Capital-labor substitution and economic efficiency, *Review of Economics and Statistics* 43, 225–250.
- Berndt, E.R. (1976) Reconciling alternative estimates of the elasticity of substitution, *Review of Economics and Statistics* 58, 59 – 68.
- Blackorby, C. and Russell, R.R. (1989) Will the real elasticity of substitution please stand up? (A comparison of the Allen/Uzawa and Morishima elasticities), *American Economic Review* 79, 882 – 888.
- Buera, F.J. and Kaboski, J.P. (2012) Scale and the origins of structural change, *Journal of Economic Theory* 147, 684 – 712, issue in honor of David Cass.
- Burfisher, M.E. (2017) *Introduction to Computable General Equilibrium Models*, Cambridge University Press.
- Chenery, H.B. and Watanabe, T. (1958) International comparisons of the structure of production,

- Econometrica* 26, 487–521.
- Diewert, W.E. (1976) Exact and superlative index numbers. *Journal of Econometrics* 4, 115–145.
- Dixon, P.B. and Jorgenson, D.W. (Eds.) (2013) *Handbook of Computable General Equilibrium Modeling*, volume 1A of *Handbooks in Economics*, Elsevier, North Holland.
- Echevarria, C. (2008) International trade and the sectoral composition of production, *Review of Economic Dynamics* 11, 192 – 206.
- Henningsen, A. and Henningsen, G. (2012) On estimation of the CES production function—revisited, *Economics Letters* 115, 67 – 69.
- Herrendorf, B., Herrington, C. and Valentinyi, A. (2015) Sectoral technology and structural transformation, *American Economic Journal: Macroeconomics* 7, 104 – 133.
- Herrendorf, B., Rogerson, R. and Valentinyi, A. (2014) Chapter 6 - growth and structural transformation, in: Aghion, P. and Durlauf, S.N. (Eds.), *Handbook of Economic Growth*, Elsevier. volume 2 of *Handbook of Economic Growth*, pp. 855 – 941.
- Hudson, E.A. and Jorgenson, D. (1974) U.S. energy policy and economic growth, 1975–2000. *Bell Journal of Economics* 5, 461–514.
- Ida, T. and Goto, R. (2009) Simultaneous measurement of time and risk preferences: Stated preference discrete choice modeling analysis depending on smoking behavior. *International Economic Review* 50, 1169–1182.
- Kawasaki, K., Kumamoto, M. and Ogawa, E. (2001) Empirical analysis on intrinsic bubbles in Japanese stock prices. *The Hitotsubashi Review* 126, 463–476.
- Kim, J., Nakano, S. and Nishimura, K. (2017) Multifactor CES general equilibrium: Models and applications, *Economic Modelling* 63, 115–127.
- Klump, R., McAdam, P. and Willman, A. (2007) Factor substitution and factor-augmenting technical progress in the United States: A normalized supply-side system approach. *The Review of Economics and Statistics* 89, 183–192.
- Kmenta, J. (1967) On estimation of the CES production function, *International Economic Review* 8, 180–189.
- Krasnosel'skiĭ, M.A. (1964) *Positive Solutions of Operator Equations*. Groningen, P. Noordhoff.
- Matsuyama, K. (2008) Structural change, Palgrave Macmillan UK, London, *The New Palgrave Dictionary of Economics*, pp. 6408–6411.
- McFadden, D. (1963) Constant elasticity of substitution production functions, *Review of Economic Studies* 30, 73–83.
- Nakano, S. and Nishimura, K. (2018) Structural propagation in a production network with restoring substitution elasticities. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 512, 986 – 999.

- Ngai, L.R. and Pissarides, C.A. (2007) Structural change in a multisector model of growth, *American Economic Review* 97, 429 – 443.
- Nomura, K. and Suga, Y. (2018) Measurement of depreciation rates using microdata from disposal survey of Japan, in: The 35th IARIW General Conference, Copenhagen, Denmark.
- Saito, M. (2004) Armington elasticities in intermediate inputs trade: a problem in using multilateral trade data. *Canadian Journal of Economics* 37, 1097–1117.
- Sato, K. (1967) A two level constant elasticity of substitution production function, *Review of Economic Studies* 34, 116–138.
- Uzawa, H. (1962) Production functions with constant elasticities of substitution, *Review of Economic Studies* 29, 291–299.
- Šizling, A.L. and Storch, D. (2004) Power-law species-area relationships and self-similar species distributions within finite areas, *Ecology Letters* 7, 60–68.
- 中野 諭・西村一彦 (2018) 「生産性の上昇が労働需要に与えるマクロ影響評価—カスケード型 CES 生産関数によるシミュレーション—」 JILPT Discussion Paper 18-03.

付表 生産性の上昇に対する労働投入の弾力性

産業分類	部門名	弾力性	産業分類	部門名	弾力性
1	357 貸自動車業	-1.37104	66	300 沿海・内水面輸送	-0.00160
2	314 固定電気通信	-0.38905	67	37 冷凍魚介類	-0.00159
3	98 紙製衛生材料・用品	-0.28373	68	56 そう菜・すし・弁当	-0.00158
4	315 移動電気通信	-0.11774	69	1 米	-0.00156
5	255 がん具	-0.10910	70	384 事務用品	-0.00156
6	316 その他の電気通信	-0.09670	71	263 その他の製造工業製品	-0.00148
7	24 特用林産物（狩猟業を含む。）	-0.09611	72	146 セメント製品	-0.00146
8	229 その他の電気機械器具	-0.08844	73	225 電気計測器	-0.00142
9	112 合成ゴム	-0.07693	74	228 電池	-0.00140
10	86 その他の木製品	-0.06961	75	33 食肉	-0.00139
11	363 労働者派遣サービス	-0.06136	76	76 その他の繊維工業製品	-0.00137
12	141 板ガラス・安全ガラス	-0.03994	77	127 写真感光材料	-0.00133
13	286 小売	-0.03893	78	328 学校教育（国公立）★★	-0.00131
14	92 洋紙・和紙	-0.03772	79	89 木製建具	-0.00125
15	298 道路貨物輸送（自家輸送を除く。）	-0.03445	80	213 液晶パネル	-0.00125
16	129 ゼラチン・接着剤	-0.02179	81	2 麦類	-0.00123
17	38 塩・干・くん製品	-0.02115	82	226 地球類	-0.00119
18	122 医薬品	-0.02106	83	62 ウィスキー類	-0.00118
19	306 道路輸送施設提供	-0.01896	84	349 社会福祉（国公立）★★	-0.00111
20	340 企業内研究開発	-0.01737	85	110 環状中間物	-0.00103
21	91 バルブ	-0.01510	86	308 水運附帯サービス	-0.00099
22	367 飲食サービス	-0.01495	87	241 トラック・バス・その他の自動車	-0.00099
23	358 広告	-0.01281	88	53 調味料	-0.00097
24	359 自動車整備	-0.01250	89	21 農業サービス（獣医業を除く。）	-0.00096
25	329 学校教育（私立）★	-0.00978	90	252 航空機修理	-0.00095
26	85 木材チップ	-0.00714	91	140 かばん・袋物・その他の革製品	-0.00093
27	284 廃棄物処理（産業）	-0.00714	92	25 海面漁業	-0.00092
28	178 建築用金属製品	-0.00675	93	260 筆記具・文具	-0.00088
29	134 プラスチック製品	-0.00608	94	324 新聞	-0.00087
30	323 映像・音声・文字情報制作業	-0.00594	95	48 農産保存食料品（びん・かん詰を除く。）	-0.00085
31	100 印刷・製版・製本	-0.00593	96	262 情報記録物	-0.00084
32	321 情報サービス	-0.00577	97	307 水運施設管理★★	-0.00082
33	360 機械修理	-0.00573	98	351 社会福祉（産業）	-0.00078
34	187 ポンプ・圧縮機	-0.00531	99	15 肉用牛	-0.00077
35	116 熱硬化性樹脂	-0.00476	100	36 酪農品	-0.00076
36	355 対家計民間非営利団体（別掲を除く。）★	-0.00438	101	31 砕石	-0.00075
37	268 建設補修	-0.00434	102	109 脂肪族中間物	-0.00074
38	288 生命保険	-0.00423	103	374 興行場（映画館を除く。）・興行団	-0.00068
39	317 その他の通信サービス	-0.00399	104	177 建設用金属製品	-0.00066
40	342 医療（入院診療）	-0.00360	105	188 運搬機械	-0.00066
41	312 旅行・その他の運輸附帯サービス	-0.00326	106	75 染色整理	-0.00065
42	61 ビール類	-0.00325	107	57 学校給食（国公立）★★	-0.00064
43	179 ガス・石油機器・暖房機器	-0.00311	108	82 その他の繊維既製品	-0.00063
44	297 ハイヤー・タクシー	-0.00301	109	224 電子応用装置	-0.00062
45	341 医療（入院診療）	-0.00300	110	96 段ボール箱	-0.00062
46	83 製材	-0.00300	111	319 民間放送	-0.00061
47	240 乗用車	-0.00281	112	353 介護（施設サービスを除く。）	-0.00060
48	333 その他の教育訓練機関（産業）	-0.00276	113	45 パン類	-0.00060
49	102 ソーダ工業製品	-0.00260	114	22 育林	-0.00059
50	296 バス	-0.00254	115	52 動植物油脂	-0.00057
51	77 織物製衣服	-0.00246	116	136 ゴム製・プラスチック製履物	-0.00055
52	78 ニット製衣服	-0.00232	117	34 肉加工品	-0.00052
53	5 野菜	-0.00227	118	261 量・わら加工品	-0.00052
54	54 冷凍調理食品	-0.00227	119	368 洗濯業	-0.00050
55	223 民生用電気機器（エアコンを除く。）	-0.00222	120	60 清酒	-0.00050
56	346 保健衛生（国公立）★★	-0.00205	121	87 木製家具	-0.00049
57	366 宿泊業	-0.00205	122	234 携帯電話機	-0.00049
58	145 生コンクリート	-0.00198	123	16 豚	-0.00049
59	243 自動車用内燃機関	-0.00187	124	204 その他の事務用機械	-0.00048
60	107 石油化学基礎製品	-0.00179	125	79 その他の衣服・身の回り品	-0.00048
61	350 社会福祉（非営利）★	-0.00174	126	128 農業	-0.00046
62	338 自然科学研究機関（産業）	-0.00170	127	379 写真業	-0.00045
63	310 航空施設管理（産業）	-0.00170	128	8 飲料作物	-0.00045
64	354 対企業民間非営利団体	-0.00169	129	258 時計	-0.00045
65	183 その他の金属製品	-0.00160	130	42 精穀	-0.00044

注）★および★★は、生産活動の主体がそれぞれ対家計民間非営利サービス生産者および政府サービス生産者であることを示す。

付表 生産性の上昇に対する労働投入の弾力性（続）

産業分類	部門名	弾力性	産業分類	部門名	弾力性
131	352 介護（施設サービス）	-0.00044	196	71 綿・スフ織物（合繊短繊維織物を含む。）	-0.00009
132	230 ビデオ機器・デジタルカメラ	-0.00043	197	259 楽器	-0.00009
133	205 サービス用機器	-0.00043	198	253 自転車	-0.00009
134	212 集積回路	-0.00042	199	4 豆類	-0.00008
135	84 合板・集成材	-0.00041	200	18 肉鶏	-0.00008
136	30 砂利・採石	-0.00040	201	149 その他の建設用土石製品	-0.00007
137	210 電子管	-0.00040	202	47 農産びん・かん詰	-0.00007
138	59 その他の食料品	-0.00040	203	222 民生用エアコンディショナ	-0.00006
139	6 果実	-0.00039	204	373 映画館	-0.00006
140	232 ラジオ・テレビ受信機	-0.00039	205	113 メタン誘導品	-0.00005
141	12 花き・花木類	-0.00038	206	372 その他の洗濯・理容・美容・浴場業	-0.00005
142	138 革製履物	-0.00037	207	331 社会教育（非営利）★	-0.00005
143	41 その他の水産食品	-0.00036	208	65 清涼飲料	-0.00005
144	251 航空機	-0.00036	209	216 回転電気機械	-0.00005
145	239 電子計算機附属装置	-0.00036	210	27 内水面漁業・養殖業	-0.00003
146	383 その他の対個人サービス	-0.00035	211	81 じゅうたん・床敷物	-0.00003
147	14 酪農	-0.00035	212	242 二輪自動車	-0.00003
148	283 廃棄物処理（公営）★★	-0.00034	213	11 種苗	-0.00003
149	237 パーソナルコンピュータ	-0.00033	214	68 有機質肥料（別掲を除く。）	-0.00003
150	55 レトルト食品	-0.00032	215	44 めん類	-0.00003
151	325 出版	-0.00032	216	184 ボイラ	-0.00002
152	202 その他の生産用機械	-0.00031	217	200 ロボット	-0.00002
153	195 金属工作機械	-0.00030	218	330 社会教育（国公立）★★	-0.00002
154	256 運動用品	-0.00030	219	39 水産びん・かん詰	-0.00002
155	190 ベアリング	-0.00029	220	90 その他の家具・装備品	-0.00002
156	281 工業用水	-0.00029	221	238 電子計算機本体（パソコンを除く。）	-0.00002
157	10 飼料作物	-0.00029	222	236 その他の電気通信機器	-0.00001
158	376 スポーツ施設提供業・公園・遊園地	-0.00028	223	246 その他の船舶	-0.00001
159	247 船用内燃機関	-0.00028	224	51 ぶどう糖・水あめ・異性化糖	-0.00001
160	120 レーヨン・アセテート	-0.00028	225	221 その他の産業用電気機器	-0.00001
161	186 原動機	-0.00027	226	337 人文科学研究機関（非営利）★	-0.00001
162	235 無線電気通信機器（携帯電話機を除く。）	-0.00026	227	269 道路関係公共事業	0.00000
163	80 模具	-0.00026	228	58 学校給食（私立）★	0.00000
164	64 茶・コーヒー	-0.00025	229	332 その他の教育訓練機関（国公立）★★	0.00000
165	208 光学機械・レンズ	-0.00025	230	270 河川・下水道・その他の公共事業	0.00000
166	303 貨物利用運送	-0.00024	231	272 鉄道軌道建設	0.00000
167	191 その他のはん用機械	-0.00023	232	273 電力施設建設	0.00000
168	219 配線器具	-0.00022	233	275 その他の土木建設	0.00000
169	336 自然科学研究機関（非営利）★	-0.00022	234	274 電気通信施設建設	0.00000
170	17 鶏卵	-0.00022	235	271 農林関係公共事業	0.00000
171	227 電気照明器具	-0.00022	236	175 核燃料	0.00000
172	124 化粧品・歯磨	-0.00020	237	266 非住宅建築（木造）	0.00000
173	74 ニット生地	-0.00020	238	348 社会保険事業★★	0.00000
174	67 飼料	-0.00019	239	265 住宅建築（非木造）	0.00000
175	289 損害保険	-0.00019	240	264 住宅建築（木造）	0.00000
176	180 ポルト・ナット・リベット・スプリング	-0.00019	241	267 非住宅建築（非木造）	0.00000
177	123 油脂加工製品・石けん・合成洗剤・界面活性剤	-0.00018	242	206 計測機器	0.00000
178	139 製革・毛皮	-0.00018	243	66 製氷	0.00001
179	50 でん粉	-0.00018	244	114 可塑剤	0.00001
180	254 その他の輸送機械	-0.00017	245	335 人文科学研究機関（国公立）★★	0.00001
181	245 鋼船	-0.00017	246	197 機械工具	0.00002
182	40 ねり製品	-0.00017	247	214 磁気テープ・磁気ディスク	0.00002
183	126 印刷インキ	-0.00017	248	371 浴場業	0.00002
184	73 その他の織物	-0.00014	249	101 化学肥料	0.00004
185	105 塩	-0.00014	250	304 倉庫	0.00005
186	201 化学機械	-0.00014	251	9 その他の食用耕種作物	0.00005
187	49 砂糖	-0.00014	252	334 自然科学研究機関（国公立）★★	0.00005
188	194 繊維機械	-0.00014	253	198 半導体製造装置	0.00006
189	162 鋳鉄管	-0.00013	254	302 航空輸送	0.00006
190	35 畜産びん・かん詰	-0.00013	255	152 その他の窯業・土石製品	0.00007
191	125 塗料	-0.00011	256	88 金属製家具	0.00007
192	19 その他の畜産	-0.00011	257	26 海面養殖業	0.00008
193	192 農業用機械	-0.00010	258	217 変圧器・変成器	0.00009
194	196 金属加工機械	-0.00009	259	151 研磨材	0.00009
195	218 開閉制御装置・配電盤	-0.00009	260	13 その他の非食用耕種作物	0.00012

注）★および★★は、生産活動の主体がそれぞれ対家計民間非営利サービス生産者および政府サービス生産者であることを示す。

付表 生産性の上昇に対する労働投入の弾力性（続）

産業分類	部門名	弾力性	産業分類	部門名	弾力性
261	119 その他の合成樹脂	0.00013	324	164 鉄鋼シャースリット業	0.00151
262	282 下水道★★	0.00013	325	161 鍛鋼	0.00155
263	185 タービン	0.00014	326	211 半導体素子	0.00158
264	118 高機能性樹脂	0.00014	327	181 金属製容器・製缶板金製品	0.00161
265	137 その他のゴム製品	0.00015	328	345 医療（その他の医療サービス）	0.00171
266	318 公共放送	0.00015	329	277 自家発電	0.00179
267	94 段ボール	0.00015	330	132 石炭製品	0.00189
268	381 個人教授業	0.00017	331	320 有線放送	0.00211
269	339 人文科学研究機関（産業）	0.00017	332	158 銅管	0.00218
270	344 医療（調剤）	0.00017	333	72 絹・人絹織物（合繊長繊維織物を含む。）	0.00228
271	144 セメント	0.00019	334	160 めっき鋼材	0.00253
272	378 その他の娯楽	0.00019	335	166 鋼	0.00276
273	209 武器	0.00021	336	280 上水道・簡易水道	0.00312
274	343 医療（歯科診療）	0.00022	337	322 インターネット附随サービス	0.00320
275	173 アルミ圧延製品	0.00025	338	311 航空附帯サービス	0.00335
276	375 競輪・競馬等の競走場・競技団	0.00026	339	156 粗鋼（電気炉）	0.00359
277	46 菓子類	0.00029	340	326 公務（中央）★★	0.00360
278	167 鉛・亜鉛（再生を含む。）	0.00030	341	189 冷凍機・温湿調整装置	0.00364
279	142 ガラス繊維・同製品	0.00032	342	290 不動産仲介・管理業	0.00406
280	279 熱供給業	0.00032	343	257 身辺細貨品	0.00419
281	104 圧縮ガス・液化ガス	0.00034	344	69 たばこ	0.00446
282	103 無機顔料	0.00035	345	168 アルミニウム（再生を含む。）	0.00463
283	249 鉄道車両	0.00036	346	364 建物サービス	0.00471
284	97 その他の紙製容器	0.00037	347	63 その他の酒類	0.00474
285	295 鉄道貨物輸送	0.00040	348	377 遊戯場	0.00517
286	199 金型	0.00040	349	70 紡績糸	0.00542
287	121 合成繊維	0.00041	350	220 内燃機関電装品	0.00568
288	248 船舶修理	0.00044	351	170 電線・ケーブル	0.00632
289	95 塗工紙・建設用加工紙	0.00045	352	99 その他のバルブ・紙・紙加工品	0.00635
290	43 製粉	0.00046	353	159 冷間圧延鋼材	0.00680
291	370 美容業	0.00046	354	294 鉄道旅客輸送	0.00684
292	135 タイヤ・チューブ	0.00046	355	169 その他の非鉄金属地金	0.00710
293	313 郵便・信書便	0.00047	356	147 陶磁器	0.00718
294	182 配管工事附属品・粉末や金製品・道具類	0.00048	357	28 金属鉱物	0.00718
295	369 理容業	0.00052	358	301 港湾運送	0.00750
296	193 建設・鉱山機械	0.00053	359	153 銃鉄	0.00806
297	250 鉄道車両修理	0.00056	360	276 事業用電力	0.00853
298	143 その他のガラス製品	0.00057	361	362 土木建築サービス	0.00956
299	176 その他の非鉄金属製品	0.00057	362	155 粗鋼（転炉）	0.01035
300	7 砂糖原料作物	0.00060	363	327 公務（地方）★★	0.01062
301	148 耐火物	0.00060	364	215 その他の電子部品	0.01071
302	309 航空施設管理（国営）★★	0.00063	365	356 物品賃貸業（貸自動車を除く。）	0.01238
303	163 鋳鉄品及び鍛工品（鉄）	0.00064	366	299 外洋輸送	0.01261
304	382 各種修理業（別掲を除く。）	0.00065	367	278 都市ガス	0.01266
305	108 石油化学系芳香族製品	0.00069	368	287 金融	0.01330
306	106 その他の無機化学工業製品	0.00073	369	365 その他の対事業所サービス	0.01352
307	117 熱可塑性樹脂	0.00075	370	3 いも類	0.01399
308	150 炭素・黒鉛製品	0.00083	371	131 石油製品	0.01454
309	115 その他の有機化学工業製品	0.00084	372	20 獣医療	0.01777
310	165 その他の鉄鋼製品	0.00086	373	111 合成染料・有機顔料	0.01795
311	171 光ファイバケーブル	0.00092	374	157 熱間圧延鋼材	0.01877
312	174 非鉄金属成形材	0.00094	375	285 卸売	0.02194
313	130 その他の化学最終製品	0.00098	376	231 電気音響機器	0.02266
314	93 板紙	0.00098	377	244 自動車部品	0.02298
315	380 冠婚葬祭業	0.00105	378	292 住宅賃貸料	0.02924
316	172 伸銅品	0.00106	379	32 その他の鉱物	0.03397
317	203 複写機	0.00110	380	29 石炭・原油・天然ガス	0.05746
318	305 こん包	0.00112	381	385 分類不明	0.06799
319	233 有線電気通信機器	0.00120	382	291 不動産賃貸業	0.08095
320	154 フェロアロイ	0.00128	383	23 素材	0.10768
321	361 法務・財務・会計サービス	0.00130	384	293 住宅賃貸料（帰属家賃）	0.17482
322	207 医療用機械器具	0.00135	385	347 保健衛生（産業）	0.23781
323	133 舗装材料	0.00139			

注) ★および★★は、生産活動の主体がそれぞれ対家計民間非営利サービス生産者および政府サービス生産者であることを示す。