補注３　UV 曲線の係数を求める計算について（本文 8.1）

欠員率 v の対数、雇用失業率 u の対数の間に想定する UV 曲線$log(u)=\alpha+\beta log(v)$の係数$\alpha$、$\beta$は、通常の最小二乗法で求めていない。ダービン・ワトソン比が 1 を大きく下回り、残差に自己相関があるので、より的確な係数を求めるため、誤差項に 1 階の自己相関があるとした

$$log(u_t)=\alpha+\beta log(v_t)+\rho e_{t-1}+\varepsilon \qquad (*)$$

というモデル式を設定し、α、βを求めている。

このモデル式では、通常の最小二乗法によるα、βの推計はできず、次のようにして行っている（縄田和満著「EViews による計量経済分析入門」、朝倉書店、2009 年、89 頁参照)。

二つの時系列X_t、Y_tの実績が与えられたとする。添え字は時点を表し、$1,\cdots,n$とする。今の場合、2001 年第 1 四半期から 2006 年第 4 四半期など、関数を推定する期間における各四半期の欠員率の対数値、雇用失業率の対数値である。

１　実績X_t, Y_t $(t=1,\cdots,n)$を使って、通常の最小二乗法（定数項あり）で、

$$Y_t=\text{定数項}+aX_t+\varepsilon$$

の定数項とaを求める。得られた定数項とaを使って、各時点$t=1,\cdots,n$における残差

$$e_t=Y_t-(\text{定数項}+aX_t)$$

を計算する。

２　計算した各時点$t=1,\cdots,n$における残差e_tを使って、通常の最小二乗法（定数項なし）で、

$$\text{残差}e_t=\rho\times 1\text{期前の残差}e_{t-1}+\varepsilon$$

のρを求める。つまり、$e_1,\cdots e_n$から、

$$\frac{\sum_{t=2}^{n} e_t e_{t-1}}{\sum_{t=2}^{n} e_{t-1}^2}$$

を計算し、これをρと置く（定数項なしの最小二乗法でρを求める式)。

３　実績X_t, Y_t $(t=1,\cdots,n)$と 2 で得られたρを使って、次の 3 本の時系列を計算する。

時点	R^*	X^*	Y^*
第 1 時点	$\sqrt{1-\rho^2}$	$\sqrt{1-\rho^2}\,X_1$	$\sqrt{1-\rho^2}\,Y_1$
第 2 時点	$1-\rho$	$X_2-\rho X_1$	$Y_2-\rho Y_1$
…	…	…	…
第 n 時点	$1-\rho$	$X_n-\rho X_{n-1}$	$Y_n-\rho Y_{n-1}$

４　R_t^*, X_t^*, Y_t^*　$(t=1,\cdots,n)$　を使って、通常の最小二乗法（定数項なし）で、

$$Y_t^* = \alpha R_t^*+\beta\ X_t^*+\varepsilon$$

のαとβを求める。これらを求めるαとβとする。

補足

　モデル式(＊)のαとβを求める方法は、コクラン・オーカット法など、他にもいくつかある。上で述べた方法の拡張として、得られたαとβをそれぞれ１の定数項と$\boldsymbol{a}$として、１から再度、２、３、４を行うと、また新たなα、βが得られるが、この過程を、得られるα、βが一つ前の段階のαとβと変わらなくなる（或いは２のρが変わらなくなる）まで繰り返すという方法もある。また、最尤法の考え方で、計算機で数値的にα、βを求める方法もある。得られる結果は、方法に依って若干異なる。