第１章　季節調整の現状

1　季節調整とは

(1) 季節調整の意義

（傾向を見やすくする）

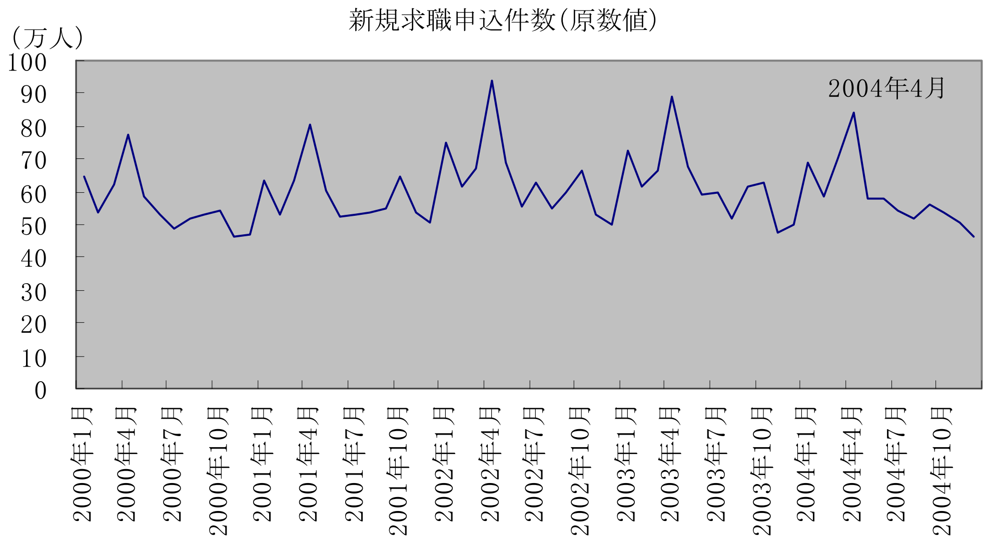
季節調整とは、時系列データから季節的な要因による変動を取り除くことである。

例えば、図表 1-1-1 は、新規求職申込件数であるが、4 月に件数が増大するなど明瞭な季節パターンがみられる。2004 年 4 月の件数が 3 月より増えているが、これは例年のことであるから、このことをもって 2004 年 4 月に新規求職が増加傾向に転じたと判断したら間違いになる。季節調整は、このような例年のパターンを取り除いて、真の傾向を見やすくするために行うものである。

（「前年同月比」より迅速な判断が可能）

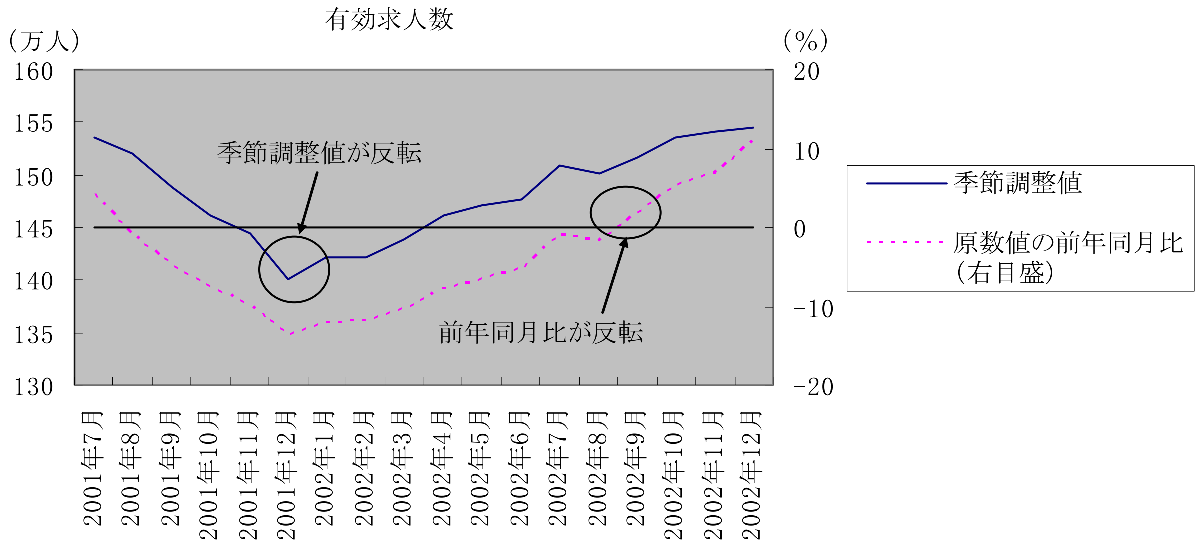
なお、例年のパターンを取り除く目的で、「前年同月比」が使われることもある。ただ、前年同月比は、傾向が認識されるのが実際より遅れるという欠点がある。例えば、有効求人数の動きをみると、季節調整値では 2001 年 12 月をボトムに上昇に転じている（図表 1-1-2）。一方、前年同月比がプラスに転ずるのは、9 か月後の 2002 年 9 月である。このように、迅速な情勢判断を可能にするという意味で、季節調整値は前年同月比より優れている。

図表 1-1-1　原数値は傾向が読みにくい



資料出所　厚生労働省「職業安定業務統計」

図表 1-1-2　前年同月比では判断が遅れる



資料出所　厚生労働省「職業安定業務統計」

（注）この例では、前年同月比のマイナス幅が最大となる時期が、たまたま季節調整値が反転する時期と一致している。これは、反転の時期の 1 年を超える以前から有効求人数の減少が直線的だったためである。「前年同月比マイナス幅最大」の時期が反転の時期といつも一致するわけでない。

（2）主要な季節調整法

これまで、多くの季節調整法が考案されてきた。現在、主要なものとして、X-12-ARIMA、TRAMO-SEATS、DECOMP を挙げることができる（図表 1-1-3）。

図表 1-1-3　主要な季節調整法

	X-12-ARIMA、X-11	TRAMO-SEATS	DECOMP
主要開発者	アメリカセンサス局	V.Gómez and A.Maravall	日本統計数理研究所
普及状況	アメリカ、日本、ヨーロッパ	ヨーロッパ	
手法	移動平均 RegARIMA モデル	モデルによる最適化	モデルによる最適化
入手方法	センサス局のウェブサイトから無料ダウンロード	スペイン銀行のウェブサイトから無料ダウンロード	統計数理研究所のウェブサイトで直接実行。ダウンロードも可能（いずれも無料）

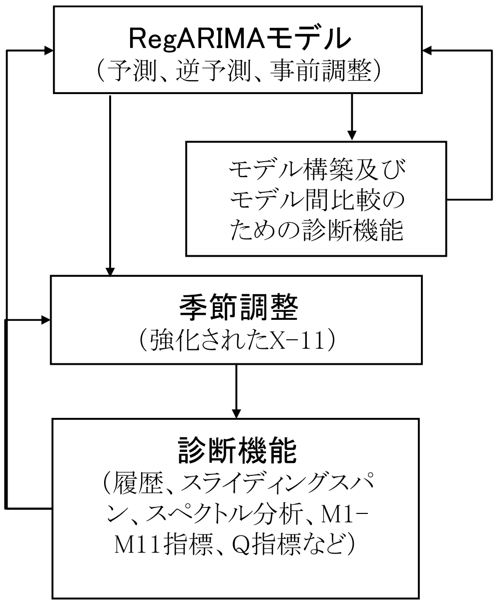
（X-12-ARIMA、X-11）

日本の政府等の統計で使われている季節調整法のほとんどは、X-12-ARIMA あるいはその前身の X-11 と呼ばれる手法である。これは、移動平均を主体とした手法であって、厳密な理論モデルに基づくというより、むしろ、長い経験のなかで、改善の積み重ねにより形作

られてきたものである。アメリカの商務省センサス局が中心となって（注5）開発が進められてきたものであり、アメリカや日本で広く利用されている。

X-11 は、X-12-ARIMA 以前に開発された季節調整法であるが、X-12-ARIMA においても X-11 とほとんど同じでやや強化（注6）された機能が使われている。この意味で、現在では、X-11 は X-12-ARIMA の一部分とみなして差し支えない。ラフな言い方をすれば、X-12-ARIMA は、「X-11＋RegARIMA モデル」と言うことができる。RegARIMA モデルについては、後で説明する。

図表 1-1-4　X-12-ARIMA の概念図



（注）１）この図は、Findley, Monsell, Bell, Otto, and Chen[9] 所収の図を日本語訳したもの。
２）予測とは、データの終了期付近の移動平均を改良するための予測。逆予測とは、データの開始期付近の移動平均を改良するための過去に遡る推計。
３）事前調整とは、稼働日調整、レベルシフトなどの調整のこと。
４）履歴とは、新規データの追加にともなう季節調整値の遡及修正の履歴。
５）スライディングスパンとは、データの開始期と終了期を 1 年ずつずらしていったとき、季節調整値がどの程度安定しているかをみる手法。
６）M1 指標、M2 指標、…、M11 指標は、季節調整値の滑らかさ等を基に作成された、季節調整値の品質を表す指標。Q 指標は、これら 11 個の指標を統合したもの。X-11 の時代に開発された。

（注5） ただし、X-11 に ARIMA モデルを応用した季節調整法を最初に実用化したのはカナダ統計局で、1983 年に X-11-ARIMA という名称で公表した。

（注6） 本来の X-11 と「X-12-ARIMA に含まれる X-11 機能」とは、微小な違いがあるものの、ほとんど同じとみなして差し支えない。両者の主な違いは、次の通り（Findley, Monsell, Bell, Otto, and Chen[9], U.S. Census Bureau[13]）。

項目	X-11	X-12-ARIMA の X-11 機能
最終季節要素(*S*)算出の移動平均項数	固定（デフォルトは 3×5 項）	プログラムが自動的に決定。ユーザ指定により固定することも可能
最終趨勢循環要素(*C*)算出のヘンダーソン移動平均項数	9 項、13 項、23 項のいずれかからプログラムが自動選択。ユーザ指定も可能。	3 項以上 101 項以下の任意の奇数が指定可能。デフォルトは 9 項、13 項、23 項のいずれかからプログラムが自動選択。
データの開始期付近及び終了期付近の移動平均		ヘンダーソン移動平均及び 3×9 項移動平均で計算方法を改善

（TRAMO-SEATS (注7)）

TRAMO-SEATSは、シグナル抽出法（Signal Extraction）と呼ばれる手法を基礎にした季節調整法である。観測値をシグナルとノイズから成るとみなして、このうちシグナルを最も効率良く取り出そうとするものである。シグナルが季節調整値に相当し、ノイズが季節変動に相当する。ヨーロッパではX-12-ARIMAともにTRAMO-SEATSも使われている。

（DECOMP）

DECOMPは、観測値がトレンド成分、定常変動成分（AR成分）、季節成分、曜日効果項、偶然変動成分の5つの成分から成り､各成分がある種の確率差分方程式を満たすと仮定して、実行される季節調整法である。トレンド成分と定常変動成分は似ているが、トレンド成分が長期的な趨勢の変化を示すのに対して、定常変動成分は、大局的には無視できる局所的な変動成分である（北川[6]、[7]）。

日本の政府等統計でこれを採用しているところはまだない。ただ、本研究の過程で職業安定業務統計に試験的にDECOMPを適用してみたところ、稼働日要因の除去の点で現行の公表季節調整値より優れた性能を発揮することが確認された。また、X-12-ARIMA に比べてオプションの設定が簡単で手軽に利用できるのも、魅力である。

（本研究はX-12-ARIMAを対象）

本研究では、時間的制約もあり、日本で最も普及しているX-12-ARIMAを検討対象とする。TRAMO-SEATSやDECOMPについては、今後の研究課題としたい。

（3）移動平均法の概略

（乗法モード）

X-11、及び、X-12-ARIMA の X-11 機能では、移動平均を主体とした季節調整が行われている。計算の方法には乗法モード、加法モードなどいくつかのタイプがあるが、以下、簡単のために乗法モードを想定して説明する (注8) 。また、月次データを想定する。

乗法モード（multiplicative mode）では、原数値(O)が趨勢循環要素(C)、季節要素(S)、不規則要素(I)の 3 つの成分の積であると想定する。そして、趨勢循環要素(C)×不規則要素(I)が季節調整値とされる（図表 1-1-5)。ここで、趨勢循環要素は、景気循環、経済発展、人口増減などにともなう傾向的な変動を表す。また、不規則要素は、新製品の販売、天候不順、ストライキや、その他偶然の変動全般を表す。

（注7） TRAMO (Time Series Regression with ARIMA Noise, Missing Observations, and Outliers) – SEATS (Signal Extraction in ARIMA Time Series)。この項の記述は、東[14]を参考にした。同文献には、日本の統計にX-12-ARIMAとTRAMO-SEATSを適用し比較した結果も示されている。

（注8） X-12-ARIMA では、乗法モードの他に加法モード(additive mode: $O = C + S + I$)や擬加法モード(pseudo-additive mode: $O = C \times (S + I - 1)$)といった方法が提供されている。職業安定業務統計を含めて、日本の労働統計のほとんどは、乗法モードで季節調整されている。

図表 1-1-5　乗法モードの考え方

O＝C × S × I
O：原数値（Original series）
C：趨勢循環要素（Trend-Cycle）
S：季節要素（Seasonal）
I：不規則要素（Irregular）

季節調整値とは、C × I のこと

（移動平均法の雛形）

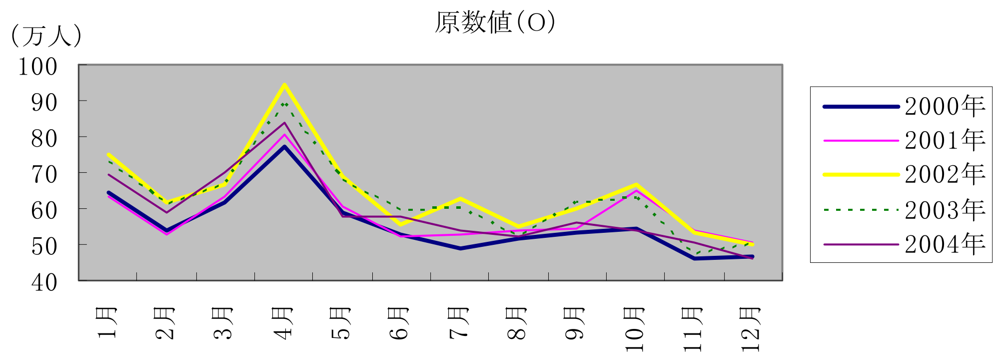
移動平均法の手順は、比較的単純で、次のような雛形で示すことができる。

手順 1

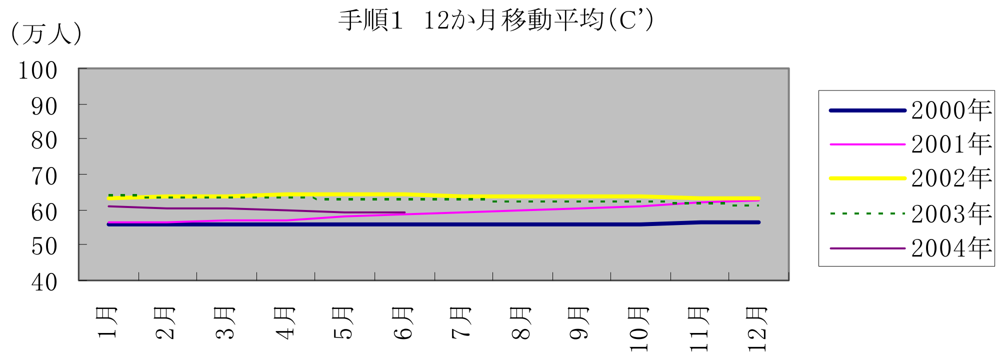
原数値(O)の中心化 12 か月移動平均を行う。すなわち、当該月の「6 か月前から 5 か月先までの平均」と「5 か月前から 6 か月先までの平均」の平均をとる。

S と I が除去されて C が残る。実際には数か月単位の短期の循環要素も消去されてしまうので「C もどき」というべき。これを C'とする。

図表 1-1-6



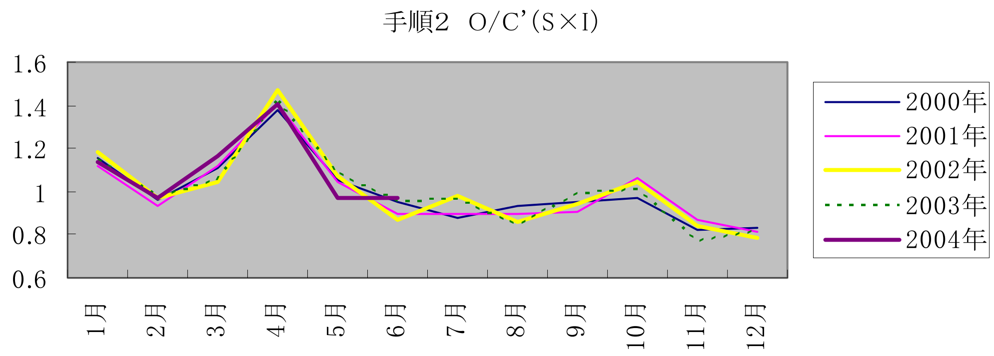
図表 1-1-7



手順２

O / C' を計算。S × I が残る。

図表 1-1-8

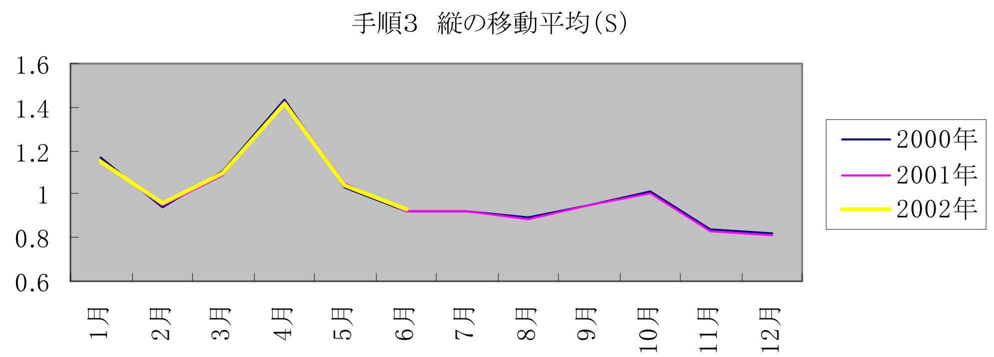


手順３

縦の移動平均。すなわち、特定の月に対して年を串刺しにする移動平均を実行（2000年 6 月、2001 年 6 月、2002 年 6 月、2003 年 6 月、2004 年 6 月の平均を 2002 年 6 月の値とするなど)。

S が残る。

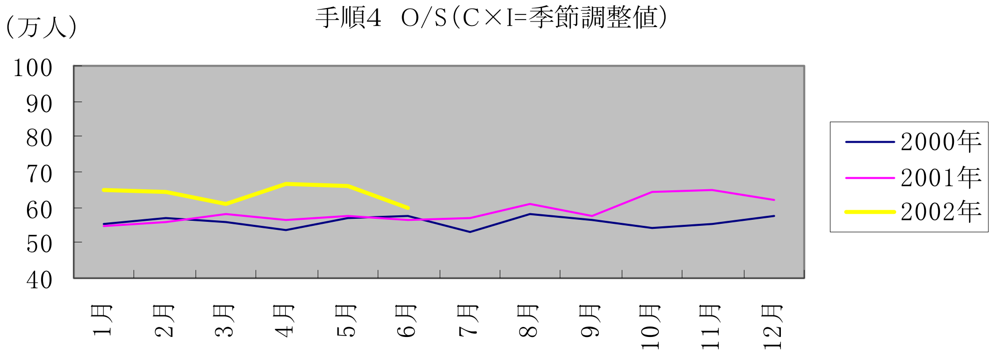
図表 1-1-9



手順４

Ｏ/Ｓを計算。季節調整値Ｃ×Ｉが得られる。

図表 1-1-10



（X-11 での計算方法）

X-11（及び X-12-ARIMA の X-11 機能）でも、上の雛形と同様の計算を行う。ただし、次のような精緻化が図られている（Shiskin, Young, Musgrave[1]）。

① 繰り返し

X-11 では、手順１から手順４までの作業を少し変形して６回繰り返す。まず、手順１を次のように変形する。すなわち、上記で得られた季節調整値に対して「ヘンダーソン移動平均（注9）」と呼ばれる作業を施す。これを手順 1’とする。そして、手順 1～手順 4 をまとめて P と記し、手順１の代わりに手順 1’を置いたものを P'と記す。この PP'を３セット繰り返す。

３セット繰り返すのは、異常な不規則変動（I）の悪影響を抑制するためである。後述のように手順１（又は手順 1’）から手順４までに付随して、X-11 では、異常値に１未満のウェイトを乗じて影響を減ずる作業も行っている。第１セットでこのウェイトの暫定値を算定し、第２セットでこのウェイトを確定し、この確定されたウェイトでもって第３セットで最終的な季節調整値を算定する。

② 異常値の抑制

上の繰り返しの１セット目と２セット目について、手順２と手順３から得られた S×I と S を使って、(S×I)/S により暫定的に不規則要素(I)を算定する。そしてこれが異常な値になっ

（注9） ヘンダーソン移動平均とは、一定期間内のデータの動きが３次曲線に近くなるようにウェイト付けられた移動平均のこと。具体的には、移動平均後のデータが、①3 階階差の分散が小さい、②とくに元のデータが３次曲線だったら元のデータに一致する、という２つの条件を満足するようにウェイトが設定される。「一定期間」は、9 か月、13 か月、23 か月などに設定されることが多い。

ているときは、これを抑制する。すなわち、各年について、その年を中心とする5年間（60か月）のＩの暫定値の標準偏差σを算定する。そして、その年の12個のＩ（暫定値）それぞれについて、次のようにウェイトwを設定する(注10)。

$$w = 0\ (|I - 1| > 2.5\sigma\text{のとき})$$
$$1\ (|I - 1| < 1.5\sigma\text{のとき})$$
$$2.5 - |I - 1|\ /\sigma\ \ (1.5\sigma \leqq |I - 1| \leqq 2.5\sigma\text{のとき})$$

最後に、Ｉを $1 + w\ (I - 1)$ に修正するとともに、修正前後のＩの比率により原数値(O)を修正する。この修正されたデータを使ってこの後の移動平均等の作業が続けられる。ただし、最終的には、この修正は元に復元されて出力される。

③　ＳとＩのレベル調整

ＳとＩは、年間平均が1に近いことが望まれる。これに対応するため、まずＳとＩを暫定的に計算し、その暫定値をそれぞれの中心化12か月移動平均値で除算することにより補正を行う。こうすることによって補正後のＳとＩは年間平均が近似的に1になるので、これを確定値とする。

（4）移動平均法の限界

（稼働日要因が除去されない）

上記のように、移動平均法は、「12か月中心化移動平均」を主体に組み立てられた手法である。したがって、これは、12か月周期の変動を除去するには効果がある。

しかし、統計の利用者が除去して欲しいと望む「例年のパターン」には、12か月周期でないものも存在する。曜日構成の影響、祝日等の影響（国民の祝日(注11)、年末年始の休日など）、閏年の影響などである。これらは、狭義の季節変動と言えないかも知れないが、除去されることで統計指標の傾向が読み取りやすくなる。この点で12か月周期の変動と性格が似ている。以下、これらの要因を一括して「稼働日要因」と呼ぶことにする。

（X-11の稼働日要因除去機能はあまり使われない）

実は、X-11にも稼働日要因を除去する機能が備わっている。しかし、使いにくいこと、性能があまり良くないこと、といった理由があり、職業安定業務統計をはじめ厚生労働省の

（注10）　1.5や2.5の係数は、変更することもできる。

（注11）　国民の祝日にもいくつか種類がある。①憲法記念日など日にちが指定される祝日は、土日との重なりが年によって異なるため、12か月周期にならない。②成人の日など「月の第2月曜日」などと指定される祝日は、土日との重なりが毎年同じなので12か月周期と考えてよい。③春分の日と秋分の日は、日にちと曜日の両方が定まらないため、12か月周期にならない。したがって、移動平均法では、②の影響は除去されるが、①と③の影響は除去されない。

労働統計ではこの機能は使われていない（注12）。

図表 1-1-11　移動平均法の限界

除去したい要素 ①　12 か月周期の変動 ②　曜日構成の影響 ③　祝日等の影響 ④　閏年の影響 **移動平均法では、稼働日要因（②、③、④）が残ったまま**

2　職業安定業務統計の現行季節調整値

この項では、職業安定業務統計の現行の公表季節調整値がどのような状況になっているかを概観する。煩雑になるのを防ぐため、新規求職申込件数を例にして記述する。以下に示すように、12 か月周期の変動は除去されているものの、稼働日要因による変動が残ったままである。他の新規求人数、有効求職者数、有効求人数、就職件数についても、程度の差はあるが、似たような状況である。

（1）季節調整値の公表方法

（予測季節要素の使用、毎年遡及修正）

職業安定業務統計は原則として 1963 年 1 月からのデータが利用可能である。毎年 1 月分の結果を公表するときに、前年 12 月から過去すべてに遡ったデータを使って季節調整をやり直す。季節調整は、X-11（X-12-ARIMA の X-11 機能）による。この計算により、前年以前の季節調整値とともに当年 1 年分の予測季節要素が得られる（注13）。

当年の 1 月から 12 月までについては、その月の原数値を予測季節要素で割り算して季節調整値を算定する。そして、翌年 1 月分の公表時に、再び過去すべてのデータを使って X-11

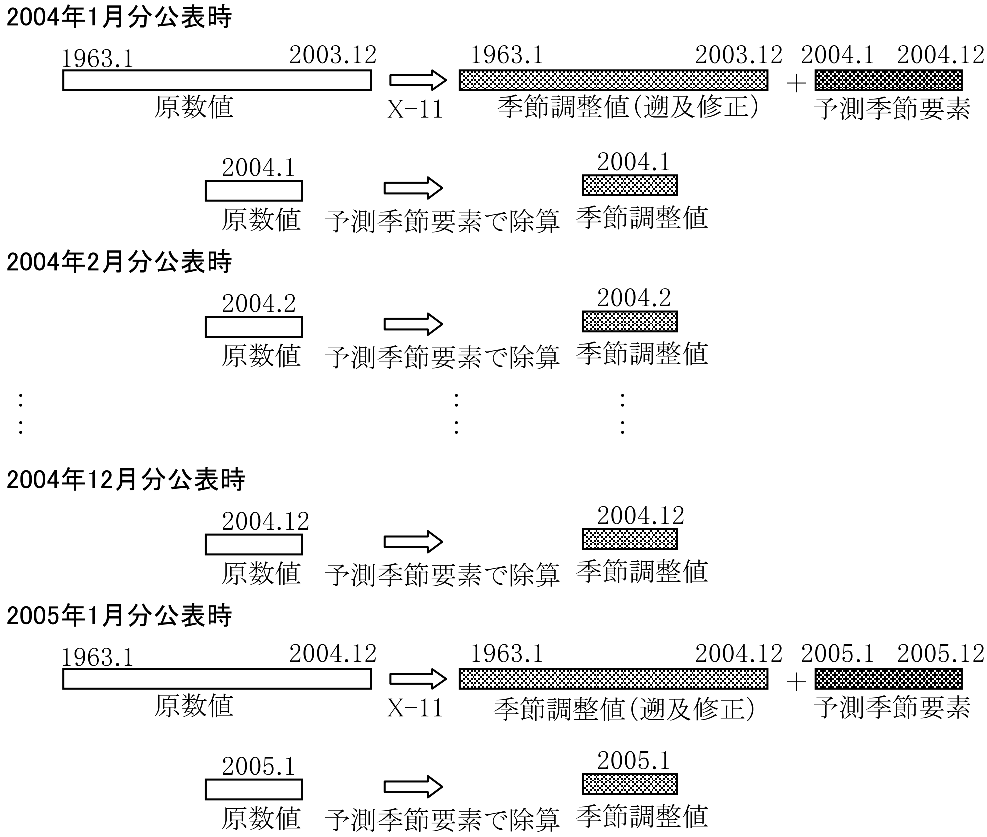
（注12）　X-11 の稼働日要因除去機能（X11regression と呼ばれる）は、不規則要素(I)を被説明変数とし、稼働日要因を説明変数とする回帰分析を最小２乗法により実行する。このため、①説明変数からあらかじめ趨勢循環的な変動や季節的な変動を取り除いておく必要があり、使うのが面倒である。また、このようなケースでは残差に自己相関が現れることが多いので、②推計上のバイアスを引き起こす可能性がある、という問題がある。後述の RegARIMA モデルでは、これらの改善が図られている。

なお、U.S. Census Bureau[13]に、次のような記述がある："... use of x11regression should normally be reserved for series for which the user is unable to find a regARIMA model with good fit over the data of interest"（X11regression は、regARIMA モデルが対象期間でどうしても当てはまりが悪いときのためにとってあるので、通常は使用を留保すべきである。）

（注13）　最新年を n として、i 月の予測季節要素 $S_{n+1\ i}$ は、$S_{n+1\ i} = S_{ni} + 0.5(S_{ni} - S_{n-1\ i})$ により算定される。ただし、RegARIMA モデルで予測を行うようにオプションが設定されているときは、その予測値を使って算定される。

により季節調整を行い季節調整値を遡及修正するとともに、翌１年分の予測季節要素を得る。
以上を繰り返すのが、職業安定業務統計における現行の公表方法である。

図表 1-2-1　季節調整値の公表方法（職業安定業務統計）



（同時調整について）

上のような予測季節要素を使う公表方式は、日本の政府等統計で広く採用されている。また、これとは別に、予測季節要素を使わずに、公表ごとに季節調整プログラムを動かして再計算する公表方式がある。これは、同時調整（Concurrent Adjustment）と呼ばれている。一般に、予測季節要素を使う方式よりも同時調整の方が遡及修正の修正幅が小さくなることが知られている(注14)。ただ、同時調整方式では、数値が毎月修正される煩わしさもある。日本では、内閣府が公表する四半期別 GDP 速報が、すでに同時調整による公表方式に移行している。

（注14） Findley, Monsell, Bell, Otto, and Chen[9]に次のような記述がある。"Projected factor adjustments are much less used now ... having been displaced by concurrent adjustments, because the latter generally have smaller revisions,"（予測要素を使った季節調整は、今日、使われることが大幅に少なくなってきており、同時調整にとって代わられている。後者の方が一般的に修正幅が小さいからである。）

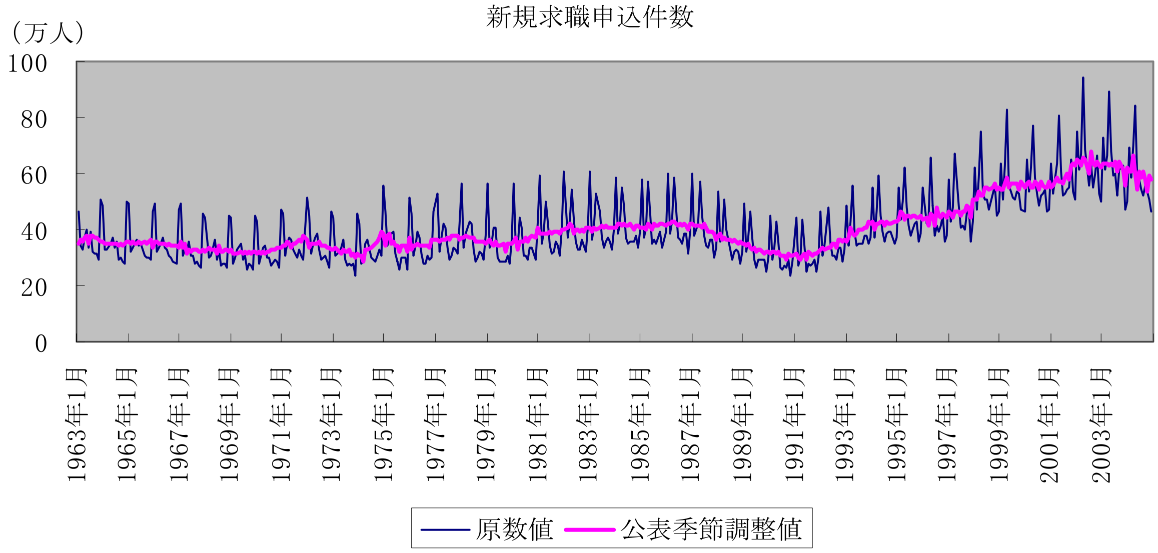
（2）12 か月周期の変動

（12 か月周期の変動は除去）

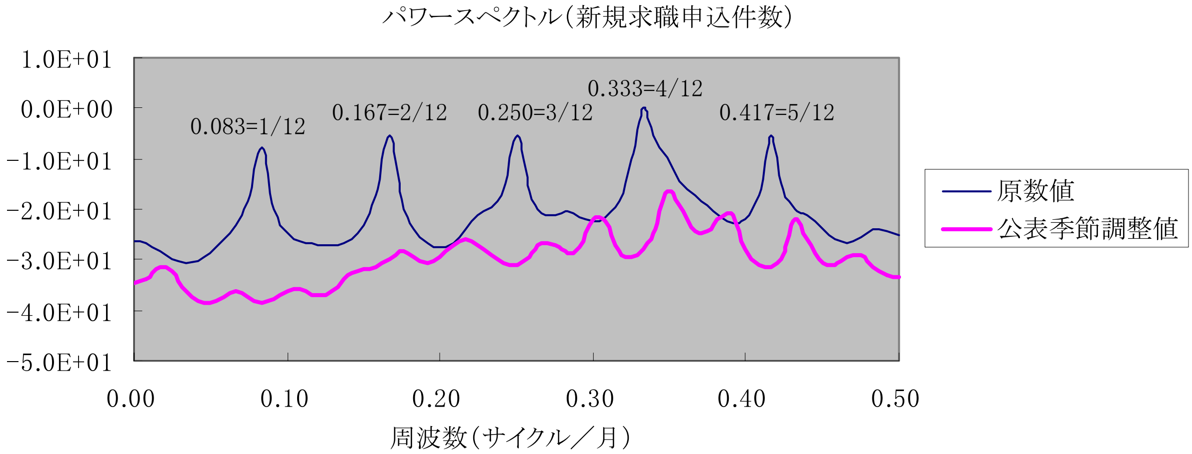
図表 1-2-2 は新規求職申込件数の原数値と公表季節調整値を対比させたものである。公表季節調整値では 12 か月周期の変動が消えているのが見た目にも明らかである。

このことは、スペクトル分析からも分かる。一般に、12 か月周期の関数では 1/12 の倍数のスペクトルにピークが現れる（注15）。図表 1-2-3 に示されるように、原数値にみられたこのようなピークが公表季節調整値では消滅している。

図表 1-2-2　12 か月周期の変動が消えている



図表 1-2-3　12 か月周期のスペクトルのピークが消えている



（注）１）それぞれの系列の対数の前期差についてパワースペクトルを計算し、さらにその対数をとった。計測期間は 1997 年 1 月から 2004 年 12 月。

２）一般に 12 か月周期の変動を含む系列では、1/12 の倍数の周波数でスペクトルのピークが現れる。

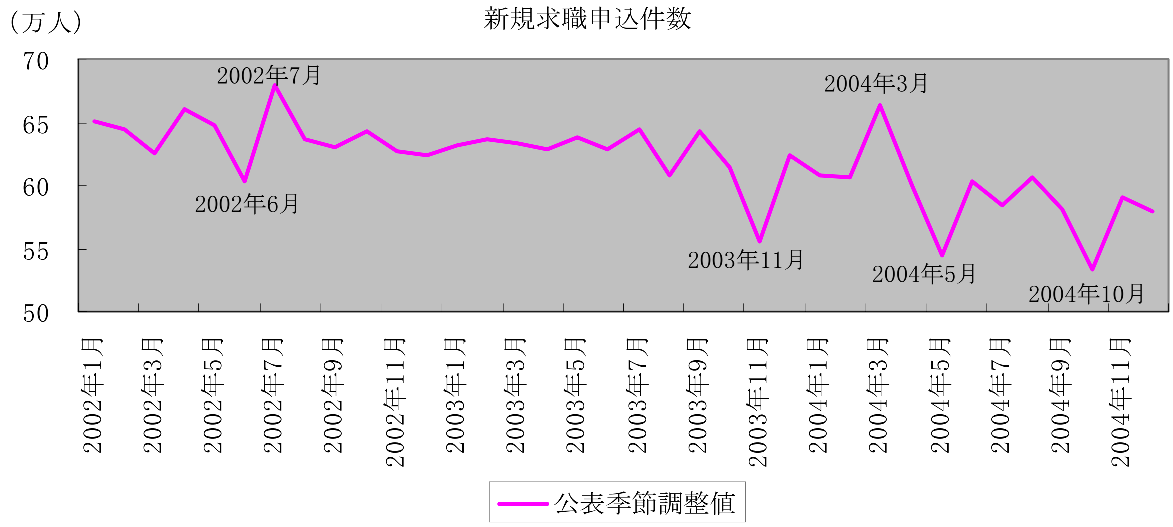
（注15）　例えば Priestley[5]。

（3）稼働日の影響

（稼働日の影響が残存）

図表 1-2-4 は、最近 3 年間の新規求職申込件数（公表季節調整値）を抜き出したものである。変動の激しい月が示されているが、これを暦から算定される稼働日数（図表 1-2-5）と対比させると、きれいに一致しているのが分かる。これらの変動が稼働日の影響によるものであることは明らかである。したがって、例えば 2004 年 10 月の大幅な減少をもって求職圧力が弱まったと判断したとしたら、間違いを犯すことになる。

図表 1-2-4　稼働日要因による影響が残っている



図表 1-2-5　最近の稼働日数

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
2000 年	19	20	22	20	20	22	20	23	20	21	20	19
2001 年	19	19	21	20	21	21	21	23	19	22	21	18
2002 年	19	19	20	21	21	20	23	22	19	22	20	19
2003 年	19	19	20	21	21	21	22	21	20	22	18	19
2004 年	19	19	23	21	18	22	21	22	20	20	20	18

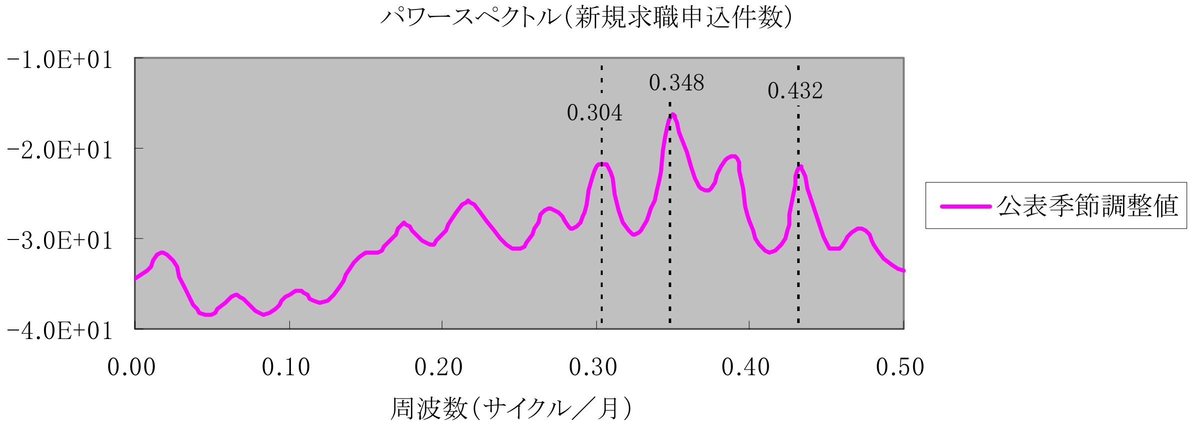
（注）稼働日とは、土曜日、日曜日、国民の祝日、特別休日（大喪の礼や皇太子の婚礼など）、振替休日（日曜と祝日が重なったとき、1973 年以降）、5 月 4 日（1986 年以降）、12 月 29 日～1 月 3 日、以外の日をいう。

稼働日要因のうち、とくに曜日構成の影響については、スペクトル分析によっても確認できる。一般に、曜日構成の影響を受ける月次データでは、0.348、0.432、0.304 などの周波数でスペクトルのピークが現れることが知られている（注16）。公表季節調整値では、まさにこ

（注16）　これらの周波数は、7 日周期の関数を Fourier 級数に展開し、それを月間で積分して、その積分された関数のスペクトルを調べることにより得られる（Cleveland and Devlin[4]）。

の周波数でスペクトルのピークが現れており（図表 1-2-6）、曜日構成の影響を受けていることが確認される。

図表 1-2-6　曜日構成の影響を示すスペクトルのピークがみられる



（注）１）これは、図表 1-2-3 を拡大したもの。公表季節調整値の対数の前期差についてパワースペクトルを計算し、さらにその対数をとった。計測期間は 1997 年 1 月から 2004 年 12 月。
２）一般に曜日構成の影響を受ける系列では、0.348、0.432、0.304 などの周波数でスペクトルのピークが現れる。

3　RegARIMA モデル

本研究の主要目標は、職業安定業務統計から稼働日要因の変動を除去することである。X-12-ARIMA では、この目的のために「RegARIMA モデル」というものが提供されている。この項では、RegARIMA モデルの概要を説明する。

（1）RegARIMA モデルを使った季節調整

（残差を X-11 で季節調整）

RegARIMA[注17] モデルの基本アイデアは、単純な回帰分析である。原数値を被説明変数とし、毎月の曜日別日数や祝日数などを説明変数とする回帰分析を行い、その残差を X-11 機能により季節調整する。そうすれば曜日別日数や祝日数の影響が取り除かれた季節調整値が得られるであろう、という考えである。

ただ、これを実行するためには、ひとつ問題がある。通常、上記のような回帰分析を行ったとき、残差には強烈な自己相関が発生する。よく知られているように、残差に自己相関が

ただ、0.348 については、次のように説明することもできる。すなわち、曜日が 7 日の周期で変動することと、平均月間日数が 30.4375 であることから、7 日周期の周波数=1/7（サイクル/日）=30.4375/7（サイクル/月）=4.348（サイクル/月）となる。離散データでは周波数の整数部分が無意味だから、4.348 の小数点以下をとって 0.348 サイクル/月を得る。

（注17）　RegARIMA: Regression + ARIMA　　ARIMA: Auto Regression Integrated Moving Average

存在するとき普通の最小 2 乗法を適用すると、推計パラメータにバイアスが生ずる。すなわち、普通の最小 2 乗法がこのケースでは使えないのである。

図表 1-3-1　RegARIMA モデルの基本アイデア

発想は、単純な回帰分析
残差を X-11 により季節調整

$$y_t = \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_{it} + u_t \Rightarrow u_t$$ を前出（図表 1-1-5）の O とみなして季節調整

y_t：被説明変数（原数値）
x_{it}：説明変数（曜日構成、祝日、閏年など）
β_i：回帰係数（定数項以外）
u_t：残差項（定数項を含む）
t：　月を表す添字

しかし、残差項 u_t に強烈な自己相関があるので、普通の最小 2 乗法が使えない。

（残差の自己相関を ARIMA モデルで表現）

実際の RegARIMA モデルでは、原数値をそのまま使うのではなく、まず対数変換を行う。これは、乗法モードによる季節調整では各要素が積の形で表されるのに対して、回帰分析では各要素が和の形で表されるので、両者の橋渡しをするためである。

さらに、残差については、ARIMA モデル（注18）に従うと仮定する。これは、残差の自己相関を明示的に表現するためである。この仮定のもとで係数パラメータが最尤法により推計され、その結果、残差も推計される。この残差が指数変換されたうえで X-11 機能により季節調整される。これが、X-12-ARIMA の中で実際に行われている季節調整である（注19）。

（注18）　ARIMA モデルについては、例えば Box and Jenkins[2]を参照。なお、図表 1-3-2 の式が通常の ARIMA モデルより複雑にみえるのは、$\Phi(B^{12})$、$(1-B^{12})^D$、$\Theta(B^{12})$といった 12 か月単位のタイムラグを明示的に表現しているため。

（注19）　残差以外の部分（＝回帰分析で説明される部分＝図表 1-3-2 の $\sum_{i=1}^{k} \beta_i x_{it}$）　は、最終的に季節要素(S)に組み込まれる。なお、RegARIMA モデルでは、曜日構成や祝日といった稼働日要因だけでなく、レベルシフトなど異常値（outlier）も説明変数に使うことができる。異常値（outlier）が説明変数に使われたとき、それで説明される部分は、最終的に季節調整値（C×I）に組み込まれる。すなわち、説明変数の性格により、出力段階での扱いが異なる。

図表 1-3-2　実際の RegARIMA モデル

① 原数値を対数変換（加法的な回帰分析と乗法モードの季節調整との橋渡し）
② 残差項は ARIMA モデルに従うと仮定（残差項の自己相関を明示）

$$\phi(B)\Phi(B^{12})(1-B)^d(1-B^{12})^D(\log(y_t)-\sum_{i=1}^{k}\beta_i x_{it})=\theta(B)\Theta(B^{12})a_t$$

$$\phi(B)=1-\phi_1 B-\ldots-\phi_p B^p$$
$$\Phi(B)=1-\Phi_1 B-\ldots-\Phi_P B^P$$
$$\theta(B)=1-\theta_1 B-\ldots-\theta_q B^q$$
$$\Theta(B)=1-\Theta_1 B-\ldots-\Theta_Q B^Q$$

B：バックシフトオペレータ
y_t：被説明変数（原数値）
x_{it}：説明変数（曜日構成、祝日、閏年など）
β_i：回帰係数（定数項以外）
a_t：攪乱項

⇒ $\exp(\log(y_t)-\sum_{i=1}^{k}\beta_i x_{it})$ を前出（図表 1-1-5）の O とみなして季節調整

p,d,q,P,D,Q はユーザが設定。
$\beta_1,\ldots,\beta_k$, $\phi_1,\ldots\phi_p$, $\Phi_1,\cdots\Phi_P$, $\theta_1,\ldots\theta_q$, $\Theta_1,\ldots\Theta_Q$ は最尤法により推計される。

(2) RegARIMA モデルの意義と留意点

(2 つの意義)

季節調整に RegARIMA モデルを導入することにより、上記のように回帰分析のバイアスを軽減し、もって稼働日調整の精度を向上させることが期待される。

RegARIMA モデルには、もうひとつ、「末端部分の移動平均の精度向上」という意義がある。最新データの付近及びデータの開始期付近では、データが不足するため、完全な移動平均が行えない。何らかの代替措置（注20）は講じられてはいるものの、移動平均を使う季節調整では末端部分の季節調整値が不安定になることを避けられない。RegARIMA モデルではデータの予測が可能なので、この予測値を使って末端部分の移動平均を行うことができる。こうすることによって末端部分の移動平均の精度を向上させることが期待できる。ただ、モデルの推計誤差が大きいときは、予測値を使うことによってかえって結果が不安定になることもある。

（注20） X-11 では、末端を超える期間について末端の値をそのまま繰り返すことを基本として、若干の補正が加えられている。詳しくは Shiskin, Young, Musgrave[1]を参照。

図表 1-3-3　RegARIMA モデル導入の意義

①　回帰分析（稼働日調整等）の性能向上 ②　末端部分の移動平均の精度向上

（限界も）

RegARIMA モデルは、多くの実例で有効性が確認されている。しかし、以下のような限界も指摘されており、未だ発展途上の手法である。

①　全期間にわたって推計パラメータが固定されること

例えば､週休二日制の普及により土曜日の効果が時間とともに変化してきたと考えられるが、RegARIMA モデルにこれを直接表現する手段がない(注21)。現状では、回帰期間の開始期と終了期を適当に移動させるなど、運用上の工夫で対応せざるを得ない。

②　季節的な均一性を前提にしていること

同じ休日でも、大型連休中の休日とその他の時期の休日とでは、影響が違うかも知れない。また、就職件数における攪乱項の分散は、就職時期である 3 月や 4 月にとくに大きくなる可能性がある。RegARIMA モデルでは、このような季節によって不均一な状況を表現できない(注22)。

③　攪乱項が正規分布に従うと前提していること

RegARIMA モデルのパラメータの推計には最尤法が用いられるが､その前提として、攪乱項が正規分布に従うとみなされている。しかし、この前提の妥当性については、疑問も呈されている(注23)。

（注21）　パラメータが時間的に変化するモデルを構築する試みもある。例えば Bell and Martin[16]。
（注22）　国友・高岡[19]に季節的な不均一を前提にしたモデルの例が示されている。
（注23）　Aston and Koopman[15]に正規分布を前提にすることの問題点と、非正規分布型モデルの例が示されている。